

QUY HOẠCH TUYẾN TÍNH hoặc  
TỐI ƯU HÓA TUYẾN TÍNH

❖ TÀI LIỆU HỌC TẬP

1. Quy hoạch tuyến tính, TS. Võ Văn Tuấn Dũng, NXB  
Thống Kê, năm 2007
2. Quy hoạch tuyến tính,  
- TS. Bùi Phúc Trung, TS. Nguyễn Thị Ngọc Thanh  
- ThS. Lê Khánh Luận, ThS. Phạm Trí Cao  
Đại học Kinh tế TpHCM
3. Slides tóm tắt bài học: [www.tailieuplk.webnode.vn](http://www.tailieuplk.webnode.vn)  
→ Mục Quy hoạch tuyến tính

---

---

---

---

---

---

---

---

QUY HOẠCH TUYẾN TÍNH hoặc  
TỐI ƯU HÓA TUYẾN TÍNH

- ❖ THỜI LƯỢNG: trên lớp = 30 tiết, tự học  $\geq 60$  tiết
- ❖ NỘI DUNG:

- CH1 BÀI TOÁN QUY HOẠCH TUYẾN TÍNH
- CH2 BÀI TOÁN ĐỐI NGẪU
- CH3 BÀI TOÁN VẬN TẢI

---

---

---

---

---

---

---

---

CHƯƠNG 1. BÀI TOÁN QUY HOẠCH TUYẾN TÍNH

- §1 LẬP MÔ HÌNH BÀI TOÁN
- §2 CÁC DẠNG BÀI TOÁN VÀ TÍNH CHẤT
- §3 PHƯƠNG PHÁP ĐỘ THỊ
- §4 PHƯƠNG PHÁP ĐƠN HÌNH

---

---

---

---

---

---

---

---

\$1. LẬP MÔ HÌNH BÀI TOÁN

I. Bài toán lợi ích (lợi nhuận).

**Ví dụ 1.1:** Một doanh nghiệp sản xuất 3 loại sản phẩm từ hai loại nguyên liệu với số lượng hiện có tương ứng là 40 kg và 60 kg. Định mức tiêu hao các loại nguyên liệu (kg/sp') và lợi nhuận (ngàn đồng) khi sản xuất ra một đơn vị sản phẩm cho ở bảng sau :

| Nguyên liệu | SẢN PHẨM |     |     |
|-------------|----------|-----|-----|
|             | S1       | S2  | S3  |
| N1          | 0,1      | 0,2 | 0,1 |
| N2          | 0,1      | 0,1 | 0,2 |
| Lợi nhuận   | 4        | 3   | 3   |

---

---

---

---

---

---

---

---

\$1. LẬP MÔ HÌNH BÀI TOÁN

Lượng sản phẩm S1 tối đa có thể tiêu thụ là 200 đơn vị. Các sản phẩm S2, S3 có số lượng tiêu thụ không hạn chế. **Hãy lập mô hình bài toán để xác định kế hoạch sản xuất sao cho tổng lợi nhuận thu được là nhiều nhất.**

---

---

---

---

---

---

---

---

\$1. LẬP MÔ HÌNH BÀI TOÁN

**Ví dụ 1.2:** Một có ba loại nguyên liệu A (đường), B (sữa), C (hương trái cây) dùng sản xuất bốn loại kẹo K1, K2, K3, K4. Thông tin sản xuất ở bảng sau:

| NGUYÊN LIỆU          | ĐỊNH MỨC TIÊU HAO |          |          |          | DỰ TRỮ |
|----------------------|-------------------|----------|----------|----------|--------|
|                      | K1 (tấn)          | K2 (tấn) | K3 (tấn) | K4 (tấn) |        |
| A (tấn)              | 1                 | 2        | 3        | 4        | 10     |
| B (tấn)              | 3                 | 1        | 4        | 2        | 15     |
| C (tấn)              | 2                 | 4        | 1        | 1        | 13     |
| Tiền lời (triệu/tấn) | 4                 | 6        | 5        | 8        |        |

Hãy lập mô hình bài toán kế hoạch sản xuất để tiền lời thu được nhiều nhất.

---

---

---

---

---

---

---

---

\$1. LẬP MÔ HÌNH BÀI TOÁN

II. Bài toán hao tổn (chi phí, đầu tư).

**Ví dụ 1.3:** Để gia súc phát triển tốt và thông minh thì nhu cầu tối thiểu về các chất dinh dưỡng A, B, C trong khẩu phần thức ăn hằng ngày của gia súc lần lượt là : 17g, 14g, 14g. Giá thức ăn T1, T2, T3 lần lượt là 50, 40, 70 (ngàn đồng / kg).

| Chất DD | Số đơn vị chất dd có trong 1kg thức ăn |    |    |
|---------|----------------------------------------|----|----|
|         | T1                                     | T2 | T3 |
| A       | 7                                      | 2  | 6  |
| B       | 5                                      | 1  | 7  |
| C       | 6                                      | 3  | 4  |

---

---

---

---

---

---

---

---

\$1. LẬP MÔ HÌNH BÀI TOÁN

Hãy lập mô hình toán xác định lượng thức ăn mỗi loại cần có trong khẩu phần ăn hằng ngày để đảm bảo yêu cầu về dinh dưỡng nhưng số tiền mua thức ăn hằng ngày là ít nhất.

---

---

---

---

---

---

---

---

\$1. LẬP MÔ HÌNH BÀI TOÁN

**Ví dụ 1.4.** Một xí nghiệp xử lý giấy, có ba phân xưởng I, II, III cùng xử lý ba loại giấy A, B, C. Do ba phân xưởng có nhiều sự khác nhau, nên nếu cùng đầu tư 10 triệu đồng vào mỗi phân xưởng thì năng suất cuối kỳ của các phân xưởng được cho trong bảng sau :

| Loại giấy | Năng suất của các phân xưởng(tạ) |    |     |
|-----------|----------------------------------|----|-----|
|           | I                                | II | III |
| A         | 6                                | 2  | 1   |
| B         | 1                                | 7  | 3   |
| C         | 3                                | 1  | 8   |

---

---

---

---

---

---

---

---

\$1. LẬP MÔ HÌNH BÀI TOÁN

Theo yêu cầu lao động thì cuối kỳ Xí nghiệp phải xử lý ít nhất 2 tấn giấy loại A, 2.5 tấn giấy loại B, 3 tấn giấy loại C. Hỏi cần đầu tư vào mỗi phân xưởng bao nhiêu tiền để xí nghiệp thỏa: hoàn thành công việc và giá tiền đầu tư là nhỏ nhất.

\$1. LẬP MÔ HÌNH BÀI TOÁN

**Ví dụ 1.5.** Một xí nghiệp cần phải may 2000 quần và ít nhất 1000 áo. Có 6 cách cắt một tấm vải may được ở bảng sau:

| Cách cắt | Quần | Áo  |
|----------|------|-----|
| 1        | 90   | 35  |
| 2        | 80   | 55  |
| 3        | 70   | 70  |
| 4        | 60   | 90  |
| 5        | 120  | 0   |
| 6        | 0    | 100 |

Lập mô hình bài toán để tìm phương án sản xuất sao cho số tấm vải sử dụng ít nhất.

\$1. LẬP MÔ HÌNH BÀI TOÁN

**Ví dụ 1.6.** Trang trại Cao Nguyên dự định trồng 2 loại cây cà phê và tiêu trên 3 khu đất A,B,C có diện tích tương ứng: 50, 60, 40 (ha). Yêu cầu sản lượng thu hoạch của cà phê tối thiểu là 500 tạ và tiêu tối thiểu là 420 tạ.

Do đặc điểm các khu đất khác nhau nên chi phí sản suất (triệu đồng/ha) và năng suất (tạ/ha) khác nhau cho ở bảng sau:

\$1. LẬP MÔ HÌNH BÀI TOÁN

| Khu đất | Cà phê            | Tiêu |
|---------|-------------------|------|
| A       | 2 (triệu đồng/ha) | 1,8  |
|         | 9 (tạ/ha)         | 6    |
| B       | 2,2               | 1,6  |
|         | 10                | 5    |
| C       | 2,5               | 1,5  |
|         | 12                | 4    |

Hãy lập mô hình bài toán giúp xác định phương án phân phối đất trồng sao cho đảm bảo yêu cầu về sản lượng với chi phí thấp nhất.

---

---

---

---

---

---

---

---

\$1. LẬP MÔ HÌNH BÀI TOÁN

III. Bài toán vận tải.

**Ví dụ 1.7.** Một công ty cần chuyên chở giao hàng từ 4 kho I, II, III, IV đến 3 khách hàng A, B, C theo hợp đồng. Chi phí vận chuyển (triệu đồng / tấn) và khối lượng (tấn) phải giao nhận được cho chi tiết trong bảng. Tìm cách vận chuyển sao cho chi phí tiết kiệm nhất.

| Nơi đến – khối lượng | Nơi đi – khối lượng |              |               |              |
|----------------------|---------------------|--------------|---------------|--------------|
|                      | I<br>20 tấn         | II<br>30 tấn | III<br>35 tấn | IV<br>15 tấn |
| A – 25 tấn           | 6                   | 2            | 5             | 1            |
| B – 45 tấn           | 1                   | 7            | 7             | 3            |
| C – 30 tấn           | 3                   | 1            | 4             | 8            |

---

---

---

---

---

---

---

---

\$1. LẬP MÔ HÌNH BÀI TOÁN

**BTT** Phần bài tập sinh viên tự làm

1/ Một gia đình cần ít nhất 1800 đơn vị prôtêin và 1500 đơn vị lipit trong thức ăn mỗi ngày. Một kilôgam thịt bò chứa 600 đơn vị prôtêin và 600 đơn vị lipit, một kilôgam thịt heo chứa 600 đơn vị prôtêin và 300 đơn vị lipit, một kilôgam thịt gà chứa 600 đơn vị prôtêin và 600 đơn vị lipit. Giá một kilôgam thịt bò là 81 ngàn đồng, giá một kilôgam thịt heo là 74 ngàn đồng, giá một kilôgam thịt gà là 90 ngàn đồng.  
Hỏi một gia đình nên mua bao nhiêu kilôgam thịt mỗi loại để: bảo đảm tốt khẩu phần ăn trong một ngày và tổng số tiền phải mua là nhỏ nhất?

---

---

---

---

---

---

---

---

\$1. LẬP MÔ HÌNH BÀI TOÁN

2/ Một xí nghiệp dự định sản xuất ba loại sản phẩm A, B và C. Các sản phẩm này được chế tạo từ ba loại nguyên liệu I, II và III. Số lượng các nguyên liệu I, II và III mà xí nghiệp có lần lượt là 30, 50, 40. Số lượng các nguyên liệu cần để sản xuất một đơn vị sản phẩm A, B, C được cho ở bảng sau đây

| <div>NL</div> <div>SP</div> | I | II | III |
|-----------------------------|---|----|-----|
| A                           | 1 | 1  | 3   |
| B                           | 1 | 2  | 2   |
| C                           | 2 | 3  | 1   |

\$1. LẬP MÔ HÌNH BÀI TOÁN

Xí nghiệp muốn lên một kế hoạch sản xuất để thu được tổng số lãi nhiều nhất (với giả thiết các sản phẩm làm ra đều bán hết), nếu biết rằng lãi 5 triệu đồng cho một đơn vị sản phẩm loại A, lãi 3.5 triệu đồng cho một đơn vị sản phẩm loại B, lãi 2 triệu đồng cho một đơn vị sản phẩm loại C. Lập mô hình bài toán Quy hoạch tuyến tính.

\$2. CÁC DẠNG BÀI TOÁN & TÍNH CHẤT

1. Dạng tổng quát.

Bài toán quy hoạch tuyến tính tổng quát có dạng:

$$f(X) = c_0 + c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n \rightarrow \max / \min$$

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^n a_{ij}x_j \leq b_i (i \in I_1); \sum_{j=1}^n a_{ij}x_j \geq b_i (i \in I_2); \sum_{j=1}^n a_{ij}x_j = b_i (i \in I_3) & (I) \\ x_j \geq 0 (j \in J_1); x_j \leq 0 (j \in J_2); x_j \in \mathbb{R} (j \in J_3) & (II) \end{cases}$$

- f(x) gọi là hàm mục tiêu

- Hệ (I) gọi là hệ ràng buộc **đại số**, hệ (II) gọi là hệ ràng buộc **đấu**, gọi chung là hệ ràng buộc

\$2. CÁC DẠNG BÀI TOÁN & TÍNH CHẤT

Ví dụ 2.1 :

Xét bài toán

$f(x) = 5x_1 + 3x_2 - 2x_3 + x_4 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 & \geq 5 \\ x_1 - x_3 - 4x_4 & = -2 \\ x_1 + x_2 + x_3 & \geq 2 \\ x_1 + 4x_2 - 5x_3 + 5x_4 & \leq 14 \\ x_1, x_3 \geq 0, \ x_2 \leq 0, \ x_4 \in \mathbb{R}. \end{cases}$$

Đây là bài toán Quy hoạch tuyến tính dạng tổng quát

---

---

---

---

---

---

---

---

\$2. CÁC DẠNG BÀI TOÁN & TÍNH CHẤT

2. Phương án.

- Bộ số  $\alpha = (\alpha_1; \alpha_2; \dots; \alpha_n)$  thỏa mãn hệ ràng buộc gọi là một phương án của bài toán (nghiệm của hệ ràng buộc).
- Tập chứa tất cả phương án gọi là tập phương án (tập nghiệm hệ ràng buộc và là tập xác định của hàm mục tiêu).
- Phương án  $\alpha_0 = (\alpha_{01}; \alpha_{02}; \dots; \alpha_{0n})$  làm cho hàm mục tiêu đạt được giá trị lớn nhất hoặc nhỏ nhất gọi là phương án tối ưu (nghiệm bài toán)

---

---

---

---

---

---

---

---

\$2. CÁC DẠNG BÀI TOÁN & TÍNH CHẤT

3. Dạng chính tắc.

Bài toán QHTT chuẩn tắc có dạng:

$f(X) = c_0 + c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n \rightarrow \max / \min$

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^n a_{ij}x_j = b_i; \quad i = \overline{1, m} \\ x_j \geq 0; \quad j = \overline{1, n} \end{cases}$$

---

---

---

---

---

---

---

---

\$2. CÁC DẠNG BÀI TOÁN & TÍNH CHẤT

- Yêu cầu khác biệt hơn dạng tổng quát:**
- Các ràng buộc đại số chỉ chấp nhận ràng buộc là phương trình.
  - Các ràng buộc đầu đòi hỏi các biến **không âm**.
- Có thể chuyển một bài toán dạng tổng quát bất kì về dạng chính tắc hay không



---

---

---

---

---

---

---

\$2. CÁC DẠNG BÀI TOÁN & TÍNH CHẤT

- Cách chuyển bài toán tổng quát → chính tắc:**
- $x_j \leq 0 \Rightarrow x'_j = -x_j \geq 0$
  - $x_j \in \mathbb{R} \Rightarrow x_j = x'_j - x''_j; x'_j \geq 0, x''_j \geq 0$
  - $\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j \leq b_i \Rightarrow \sum_{j=1}^n a_{ij}x_j + x_{n+1} = b_i, x_{n+1} \geq 0$
  - $\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j \geq b_i \Rightarrow \sum_{j=1}^n a_{ij}x_j - x_{n+2} = b_i, x_{n+2} \geq 0$
- Hạn chế:** Bài toán mới nhiều ẩn hơn bài toán gốc.

---

---

---

---

---

---

---

\$2. CÁC DẠNG BÀI TOÁN & TÍNH CHẤT

**Ví dụ 2.2:**

Đưa bài toán sau đây về dạng chính tắc :

$$f(x) = 3x_1 - x_2 + 3x_3 - 5x_4 \rightarrow \min$$
$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 + x_4 & \geq 7 \\ x_1 + 5x_2 & + x_4 \leq 9 \\ 2x_1 - 5x_2 + 3x_3 + 2x_4 & \leq 12 \\ x_1 - 2x_2 & = 13 \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,4} \end{cases}$$

---

---

---

---

---

---

---

\$2. CÁC DẠNG BÀI TOÁN & TÍNH CHẤT

Ví dụ 2.3:

Đưa bài toán sau đây về dạng chính tắc:

$$\begin{aligned} f(X) &= x_1 + 5x_2 - 3x_3 \rightarrow \max \\ \begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_4 &\geq 7 \\ x_1 + 5x_2 + x_3 + x_4 &= 9 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 &\leq 6 \\ x_1 - 2x_2 &= 4 \end{cases} \\ x_1 \geq 0, x_2 \leq 0, x_3, x_4 &\in \mathbb{R} \end{aligned}$$

---

---

---

---

---

---

---

\$2. CÁC DẠNG BÀI TOÁN & TÍNH CHẤT

4. Dạng chuẩn tắc.

Bài toán QHTT chuẩn tắc có dạng như sau:

$$\begin{aligned} f(X) &= c_0 + c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n \rightarrow \min / \max \\ \begin{cases} x_i + \sum_{j=m+1}^n a_{ij}x_j = b_i \geq 0, i = \overline{1; m} \\ x_j \geq 0, j = \overline{1; n} \end{cases} \end{aligned}$$

---

---

---

---

---

---

---

\$2. CÁC DẠNG BÀI TOÁN & TÍNH CHẤT

• Yêu cầu khác biệt hơn dạng chính tắc:

- Trong hệ ràng buộc phương trình đại số
- Mỗi ràng buộc phải chứa **một ẩn cơ bản** (là ẩn có hệ số **1** và xuất hiện đúng **một** lần trong hệ)  
→ hệ ràng buộc có **m** phương trình phải có **m** ẩn cơ bản khác nhau.
- Tất cả hệ số tự do **không âm**.

---

---

---

---

---

---

---

\$2. CÁC DẠNG BÀI TOÁN & TÍNH CHẤT

• **Ví dụ:**  $f(X) = 6x_1 + x_2 + x_3 + 3x_4 + x_5 - 7x_6 + 6x_7 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} -x_1 + x_2 - x_4 + x_6 + x_7 = 3 \\ -2x_2 + x_3 - 2x_4 - x_7 = 3 \\ x_1 + 3x_2 - x_4 + x_5 + 3x_7 = 11 \\ x_j \geq 0 \ (j = \overline{1,7}) \end{cases}$$

→ bài toán chuẩn tắc

→ Có thể chuyển một bài toán dạng chính tắc bất kì về dạng chuẩn tắc hay không



---

---

---

---

---

---

---

\$2. CÁC DẠNG BÀI TOÁN & TÍNH CHẤT

**Cách chuyển bài toán chính tắc → chuẩn tắc:**

❖ **Hệ số  $b_i < 0$  → Nhân 2 vế phương trình ràng buộc chứa cho  $(-1)$**

❖ **Thiếu ẩn cơ bản:** Có  $m$  phương trình ràng buộc nhưng chỉ có  $k (< m)$  ẩn cơ bản

➤ Ràng buộc phương trình đại số chưa có ẩn cơ bản  
→ cộng thêm vào vế trái của nó một ẩn cơ bản giả  
→ thêm đủ  $(m - k)$  ẩn cơ bản giả **khác nhau**.

➤ Hệ số các ẩn cơ bản giả trong hàm mục tiêu là  $+M$  khi  $f \rightarrow \min$  và  $-M$  khi  $f \rightarrow \max$ , với  $M > 0$ .

**Hạn chế:** Bài toán mới nhiều ẩn hơn bài toán gốc.

---

---

---

---

---

---

---

\$2. CÁC DẠNG BÀI TOÁN & TÍNH CHẤT

**Ví dụ:** Đưa bài toán QHTT sau về dạng chuẩn tắc:

$$f(X) = -8x_1 + 6x_2 + 2x_3 \rightarrow \min$$

Hệ ràng buộc:  $4x_1 + x_2 - 3x_3 = 18$

$$4x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 16$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

---

---

---

---

---

---

---

\$2. CÁC DẠNG BÀI TOÁN & TÍNH CHẤT

5. Tập hợp lồi.

5.1. Tổ hợp lồi.

Cho hệ vector  $\{u_1, u_2, \dots, u_n\}$ .

- Biểu diễn của hệ vector có dạng  $\alpha_1 u_1 + \alpha_2 u_2 + \dots + \alpha_n u_n$  được gọi là **tổ hợp tuyến tính** của hệ vector.

- Nếu  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n \geq 0$  và  $\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_n = 1$  thì tổ hợp tuyến tính trên được gọi là **tổ hợp lồi** của các vector trong hệ.

Ý nghĩa hình học: Cho hai vector là hai điểm A và B  $\rightarrow$  đoạn thẳng AB là tổ hợp lồi của chúng.

---

---

---

---

---

---

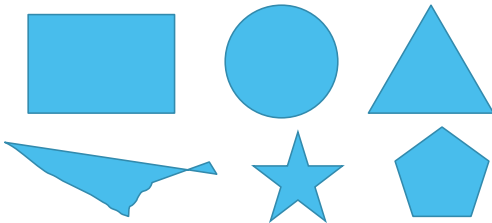
---

\$2. CÁC DẠNG BÀI TOÁN & TÍNH CHẤT

5. Tập hợp lồi.

5.2. Tập lồi.

Tập hợp **L** có tính **lồi** nếu lấy hai điểm bất kì thuộc **L** thì tổ hợp lồi của chúng cũng thuộc **L**.



---

---

---

---

---

---

---

\$2. CÁC DẠNG BÀI TOÁN & TÍNH CHẤT

5. Tập hợp lồi.

5.3. Điểm cực biên.

Trong tập hợp, một điểm được gọi là **cực biên** nếu nó không thuộc tổ hợp lồi của bất kì hai điểm nào trong tập hợp.

Ý nghĩa hình học: Các điểm cực biên trong một hình là các đỉnh của hình.

Một phương án vừa là điểm cực biên gọi là **phương án cực biên**.

---

---

---

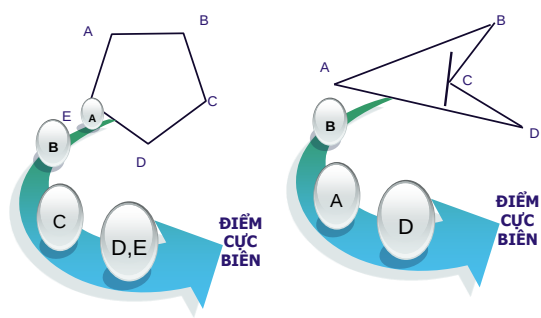
---

---

---

---

\$2. CÁC DẠNG BÀI TOÁN & TÍNH CHẤT



---

---

---

---

---

---

---

\$2. CÁC DẠNG BÀI TOÁN & TÍNH CHẤT

- V. Tính chất.**
- Tập phương án là tập lồi.
  - Tập phương án tối ưu là tập lồi.
  - Điều kiện cần và đủ để bài toán có phương án tối ưu là tập phương án khác rỗng và hàm mục tiêu bị chặn dưới nếu  $f \rightarrow \min$ , bị chặn trên nếu  $f \rightarrow \max$ .
  - Bài toán có m ràng buộc đại số thì phương án là cực biên có không quá m thành phần  $> 0$ .

---

---

---

---

---

---

---

\$2. CÁC DẠNG BÀI TOÁN & TÍNH CHẤT

- Bài toán có tập phương án khác rỗng thì tập phương án cực biên cũng khác rỗng và hữu hạn.
- Bài toán có phương án tối ưu thì có phương án tối ưu cực biên.
- Bài toán có nhiều hơn một phương án tối ưu cực biên thì tổ hợp lồi của chúng cũng là phương án tối ưu.

---

---

---

---

---

---

---

§3. PHƯƠNG PHÁP ĐỒ THỊ

Chỉ áp dụng được cho bài toán có **hai ẩn** nhờ vào hệ trục tọa Decas (mặt phẳng tọa độ Oxy). **Thuật toán:**

- Bước 1: Xác định miền nghiệm từng ràng buộc  
→ miền nghiệm hệ ràng buộc = tập phương án bài toán (sử dụng kiến thức Đại số lớp 10 về biểu diễn tập nghiệm hệ bất phương trình 2 ẩn).
- Bước 2: Tính tọa độ các phương án cực biên (là các đỉnh của tập phương án).
- Bước 3: Tính giá trị hàm mục tiêu cho tất cả PA cực biên tìm được ở bước 2 → PA cực biên thỏa mãn hàm MT đạt được max / min = PA tối ưu bài toán.

---

---

---

---

---

---

---

§3. PHƯƠNG PHÁP ĐỒ THỊ

Ví dụ 3.1:

Giải bài toán:

$$\begin{aligned} f &= 40x_1 + 50x_2 \rightarrow \max \\ \begin{cases} 4x_1 + 3x_2 \leq 120 & (1) \\ x_1 + 2x_2 \leq 40 & (2) \end{cases} \\ x_1, x_2 &\geq 0. \end{aligned}$$

---

---

---

---

---

---

---

§3. PHƯƠNG PHÁP ĐỒ THỊ

**VD 3.2:** Giải bài toán:

$$\begin{aligned} z &= x + 5y \rightarrow \max \\ \begin{cases} x + 4y \leq 12 \\ x \leq 8 \\ x + y \geq 2 \end{cases} \\ x \geq 0, y &\geq 0 \end{aligned}$$

---

---

---

---

---

---

---

§3. PHƯƠNG PHÁP ĐỒ THỊ

**VD 3.3:** Giải bài toán:

$f = x + 2y \rightarrow \min$ 
$$\begin{cases} x + y \geq 1 \\ 2x + 4y \geq 3 \end{cases}$$
$$x \geq 0, y \geq 0$$

§4. PHƯƠNG PHÁP ĐƠN HÌNH

Cho bài toán QHTT chuẩn:

$$f(X) = c_0 + c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n$$
$$\begin{cases} x_i + \sum_{j=m+1}^n a_{ij}x_j = b_i \geq 0, i = \overline{1;m} \\ x_j \geq 0, j = \overline{1;n} \end{cases}$$

Giả sử phương án  $\alpha = (\alpha_1; \alpha_2; \dots; \alpha_m; 0; 0; \dots; 0)$  là phương án cực biên. Ta đặt:

$$\Delta_j = c_1a_{1j} + c_2a_{2j} + \dots + c_ma_{mj} - c_j$$

gọi là **ước lượng** thành phần thứ  $j$  của phương án.

§4. PHƯƠNG PHÁP ĐƠN HÌNH

**Định lý:** Dấu hiệu phương án tối ưu

❖ Hàm mục tiêu  $f \rightarrow \min$ :

➤ Nếu phương án cực biên có tất cả ước lượng  $\Delta_j \leq 0, \forall j = \overline{1;n}$  thì chúng là phương án tối ưu của bài toán. Hơn nữa, nếu chúng có thành phần **không là** ẩn cơ bản nhưng ước lượng  $\Delta = 0$  thì bài toán có nhiều hơn một phương án tối ưu cực biên  $\rightarrow$  tập phương án tối ưu là tổ hợp lồi của tập phương án tối ưu cực biên.

\$4. PHƯƠNG PHÁP ĐƠN HÌNH

**Định lý:** Dấu hiệu phương án tối ưu

❖ Hàm mục tiêu  $f \rightarrow \min$ :

➤ Nếu phương án cực biên có ước lượng  $\Delta_j > 0, j \in \{1;...;n\}$  thì chúng không là phương án tối ưu của bài toán. Hơn nữa, nếu có ước lượng  $\Delta_j > 0$  mà cột vector hệ số thành phần tương ứng  $A_j \leq 0 (a_{ij} \leq 0, \forall i)$  thì bài toán **không có** phương án tối ưu.

---

---

---

---

---

---

---

\$4. PHƯƠNG PHÁP ĐƠN HÌNH

**Định lý:** Dấu hiệu phương án tối ưu

❖ Hàm mục tiêu  $f \rightarrow \max$ :

➤ Nếu phương án cực biên có tất cả ước lượng  $\Delta_j \geq 0, \forall j=1;n$  thì chúng là phương án tối ưu của bài toán. Hơn nữa, nếu chúng có thành phần **không là** ẩn cơ bản nhưng ước lượng  $\Delta = 0$  thì bài toán có nhiều hơn một phương án tối ưu cực biên  $\rightarrow$  tập phương án tối ưu là tổ hợp lồi của tập phương án tối ưu cực biên.

---

---

---

---

---

---

---

\$4. PHƯƠNG PHÁP ĐƠN HÌNH

**Định lý:** Dấu hiệu phương án tối ưu

❖ Hàm mục tiêu  $f \rightarrow \max$ :

➤ Nếu phương án cực biên có ước lượng  $\Delta_j < 0, j \in \{1;...;n\}$  thì chúng không là phương án tối ưu của bài toán. Hơn nữa, nếu có ước lượng  $\Delta_j > 0$  mà cột vector hệ số thành phần tương ứng  $A_j \leq 0 (a_{ij} \leq 0, \forall i)$  thì bài toán **không có** phương án tối ưu.

---

---

---

---

---

---

---

\$4. PHƯƠNG PHÁP ĐƠN HÌNH

THUẬT TOÁN:

➤ Bước 1: Chọn phương án cực biên ban đầu với các thành phần ẩn cơ bản là các hệ số tự do của các ràng buộc  $\rightarrow \alpha = (b_1, b_2, \dots, b_m, 0, \dots, 0) \rightarrow$  lập bảng đơn hình xuất phát:

| Hệ số hàm MT | $c_1$      | $c_2$      | ...      | $c_n$      | $c_0$    |          |
|--------------|------------|------------|----------|------------|----------|----------|
| Ân           | $x_1$      | $x_2$      | ...      | $x_n$      | P. Ân    |          |
| $C_1$        | $x_1$      | $a_{11}$   | $a_{12}$ | ...        | $a_{1n}$ | $b_1$    |
| ...          | $\vdots$   | $\vdots$   | $\vdots$ | ...        | $\vdots$ | $\vdots$ |
| $C_m$        | $x_m$      | $a_{m1}$   | $a_{m2}$ | ...        | $a_{mn}$ | $b_m$    |
| Ước lượng    | $\Delta_1$ | $\Delta_2$ | ...      | $\Delta_n$ | $f(x)$   |          |

---

---

---

---

---

---

---

---

\$4. PHƯƠNG PHÁP ĐƠN HÌNH

THUẬT TOÁN:

➤ Bước 1: Lập bảng đơn hình xuất phát:

**Nhận xét:** với các cột thành phần là ẩn cơ bản

✓ Vector hệ số là vector đơn vị, số **1** nằm vị trí giao với dòng của nó.

✓ Ước lượng  $\Delta$  luôn = 0.

---

---

---

---

---

---

---

---

\$4. PHƯƠNG PHÁP ĐƠN HÌNH

**Ví dụ 4.1:** Cho bài toán:

$$\begin{aligned} f(x) &= -2x_1 + 3x_2 - x_3 \rightarrow \min \\ \begin{cases} -3x_1 - 5x_2 + x_4 - x_6 &= 15 \\ 11x_1 + 2x_2 + x_5 + 2x_6 &= 40 \\ 4x_1 + x_3 + x_6 &= 10 \end{cases} \\ x_j &\geq 0, j = \overline{1, 6}. \end{aligned}$$

Hãy lập bảng đơn hình xuất phát cho bài toán trên

---

---

---

---

---

---

---

---

\$4. PHƯƠNG PHÁP ĐƠN HÌNH

Ví dụ 4.2: Cho bài toán:

$f(x) = 6x_1 + x_2 + x_3 + 3x_4 + x_5 - 7x_6 + 6x_7 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} -x_1 + x_2 - x_4 + x_6 + x_7 = 3 \\ -2x_2 + x_3 - 2x_4 - x_7 = 3 \\ x_1 + 3x_2 - x_4 + x_5 + 3x_7 = 11 \end{cases}$$

$x_j \geq 0 (j = \overline{1,7})$

Hãy lập bảng đơn hình xuất phát cho bài toán trên

---

---

---

---

---

---

---

---

\$4. PHƯƠNG PHÁP ĐƠN HÌNH

THUẬT TOÁN:

➤ Bước 2: Dựa vào định lý **Dấu hiệu tối ưu** → kết luận phương án đã tối ưu chưa.

Có ba trường hợp kết quả:

- ✓ TH1: Phương án đang xét là tối ưu.
- ✓ TH2: Bài toán không có phương án tối ưu (vô nghiệm).
- ✓ TH3: Phương án đang xét không tối ưu và chưa đủ kết luận bài toán không có phương án tối ưu (vô nghiệm) → **Bước 3: cải tiến thành phương án cực biên mới tốt hơn**

→ Việc giải bài toán luôn kết thúc ở bước này.

---

---

---

---

---

---

---

---

\$4. PHƯƠNG PHÁP ĐƠN HÌNH

Ví dụ 4.3: Xét lại bài toán bằng đơn hình ở ví dụ 4.1

| Hệ số | Ân       | -2    | 3     | -1    | 0     | 0     | 0     | P. án |
|-------|----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
|       |          | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $x_4$ | $x_5$ | $x_6$ |       |
| 0     | $x_4$    | -3    | -5    | 0     | 1     | 0     | -1    | 15    |
| 0     | $x_5$    | 11    | 2     | 0     | 0     | 1     | 2     | 40    |
| -1    | $x_3$    | 4     | 0     | 1     | 0     | 0     | 1     | 10    |
|       | $\Delta$ | -2    | -3    | 0     | 0     | 0     | -1    | -10   |

---

---

---

---

---

---

---

---

\$4 PHƯƠNG PHÁP ĐƠN HÌNH

Ví dụ 4.4: Xét lại bài toán bảng đơn hình ở ví dụ 4.2

| Hệ số | Ấn       | 6     | 1     | 1     | 3     | 1     | -7    | 6     | PÁN |
|-------|----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-----|
|       |          | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $x_4$ | $x_5$ | $x_6$ | $x_7$ |     |
| -7    | $x_6$    | -1    | 1     | 0     | -1    | 0     | 1     | 1     | 3   |
| 1     | $x_3$    | 0     | -2    | 1     | -2    | 0     | 0     | -1    | 3   |
| 1     | $x_5$    | 1     | 3     | 0     | -1    | 1     | 0     | 3     | 11  |
|       | $\Delta$ | 2     | -7    | 0     | 1     | 0     | 0     | -11   | -7  |

---

---

---

---

---

---

---

\$4. PHƯƠNG PHÁP ĐƠN HÌNH

THUẬT TOÁN

➤ Bước 3: Cải tiến thành phương án cực biên mới tốt hơn như sau:

- ❖ Đổi ấn cơ bản: đưa ấn cơ bản mới  $x_v$  vào thay ấn cơ bản cũ  $x_r$  ra ( $\rightarrow x_v \rightarrow x_r \rightarrow$ ).
- ✓ Xác định ấn cơ bản mới  $x_v$  đưa vào:
  - Hàm mục tiêu  $f \rightarrow \min$ :  
 $x_v$  là ấn có  $\Delta_v = \max \{ \Delta_j > 0 \}$
  - Hàm mục tiêu  $f \rightarrow \max$ :  
 $x_v$  là ấn có  $\Delta_v = \min \{ \Delta_j < 0 \}$

---

---

---

---

---

---

---

\$4. PHƯƠNG PHÁP ĐƠN HÌNH

THUẬT TOÁN

➤ Bước 3: Cải tiến thành phương án cực biên mới tốt hơn như sau:

- ❖ Đổi ấn cơ bản: đưa ấn cơ bản mới  $x_v$  vào thay ấn cơ bản cũ  $x_r$  ra ( $\rightarrow x_v \rightarrow x_r \rightarrow$ ).
- ✓ Xác định ấn cơ bản cũ  $x_r$  thay ra:

$x_r$  là ấn thỏa  $\frac{b_r}{a_{rv}} = \min \left\{ \frac{b_i}{a_{iv}}, a_{iv} > 0 \right\}$

---

---

---

---

---

---

---

\$4. PHƯƠNG PHÁP ĐƠN HÌNH

THUẬT TOÁN

- Bước 3: Cải tiến thành phương án cực biên mới tốt hơn như sau:
- ❖ Tạo bảng đơn hình cho phương án cực biên mới theo các nguyên tắc sau:
  - ❑ Cột ẩn cơ bản: ẩn cơ bản  $x_r$  được thay ra bằng ẩn cơ bản mới  $x_v$  đưa vào:  $x_v \rightarrow x_r$
  - ❑ Dùng các phép đổi sơ cấp ma trận **căn cứ trên dòng  $x_r$** , bảng đơn hình cũ sao cho **vector cột hệ số  $A_v$  của ẩn đưa vào  $x_v$  trở thành vector đơn vị** với phần tử tâm xoay (giao vào + ra)  $[a_{rv}] \rightarrow 1$  (còn lại = 0).

---

---

---

---

---

---

---

\$4. PHƯƠNG PHÁP ĐƠN HÌNH

THUẬT TOÁN

- Bước 3: Cải tiến thành phương án cực biên mới tốt hơn như sau:
- ❖ Tạo bảng đơn hình cho phương án cực biên mới theo các nguyên tắc sau:
  - ❑ Vận dụng các **kĩ thuật** (chiêu) để biến đổi nhanh nhất từ ma trận bảng đơn hình cũ như sau:
    - ✓ Hàng  $x_r$ : chia mọi số hạng cho tâm xoay  $[a_{rv}]$ .
    - ✓ Giữ nguyên cột hệ số của các **ẩn cơ bản cũ**.

---

---

---

---

---

---

---

\$4. PHƯƠNG PHÁP ĐƠN HÌNH

THUẬT TOÁN

- Bước 3: Cải tiến thành phương án cực biên mới tốt hơn như sau:
- ❖ Tạo bảng đơn hình cho phương án cực biên mới theo các nguyên tắc sau:
  - ❑ Vận dụng các **kĩ thuật** (chiêu) biến đổi từ ma trận bảng đơn hình cũ như sau:
    - ✓ Cột hệ số ẩn cơ bản  $x_v$  mới là vector đơn vị với phần tử **tâm xoay**  $[a_{rv}] \rightarrow 1$ .

---

---

---

---

---

---

---

\$4. PHƯƠNG PHÁP ĐƠN HÌNH

THUẬT TOÁN

- Bước 3: Cải tiến thành phương án cực biên mới tốt hơn như sau:
- ❖ Tạo bảng đơn hình cho phương án cực biên mới theo các nguyên tắc sau:
- ❑ Vận dụng các **kĩ thuật** (chiêu) biến đổi từ ma trận bảng đơn hình cũ như sau:
- ✓ Các số hạng còn lại (nằm ngoài hàng  $x_r$  và các cột **ẩn cơ bản**) biến đổi theo quy tắc hình chữ nhật:

$a_{iv}$

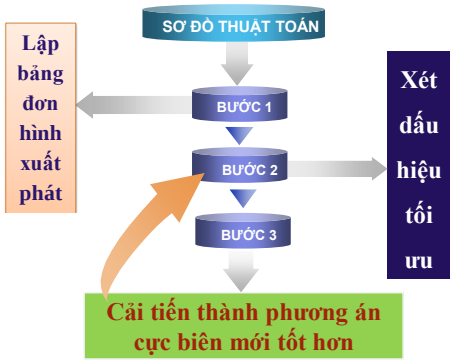
$a_{ij}$

$a_{rv}$

$a_{rj}$

$\Rightarrow a'_{ij} = a_{ij} - \frac{a_{iv} \cdot a_{rj}}{[a_{rv}]}$

\$4. PHƯƠNG PHÁP ĐƠN HÌNH



\$4. PHƯƠNG PHÁP ĐƠN HÌNH

Ví dụ 4.5:

Giải bài toán:

$$f(x) = 6x_1 + 2x_2 + x_3 - 3x_6 \rightarrow \min$$
$$\begin{cases} -x_1 + x_2 + 2x_4 + x_6 = 15 \\ 2x_1 + x_3 + 2x_6 = 9 \\ 4x_1 + 2x_4 + x_5 - 3x_6 = 2 \end{cases}$$
$$x_j \geq 0 \left( j = \overline{1,6} \right)$$

\$4. PHƯƠNG PHÁP ĐƠN HÌNH

Ví dụ 4.6:

Giải bài toán:

$$f(x) = -2x_1 - 4x_2 + x_3 - x_4 \rightarrow \min$$
$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 & \leq 4 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 & \leq 3 \\ x_2 + 4x_3 + x_4 & = 3 \end{cases}$$
$$x_j \geq 0 \left( j = \overline{1,6} \right)$$

---

---

---

---

---

---

---

\$4. PHƯƠNG PHÁP ĐƠN HÌNH

Ví dụ 4.7:

Giải bài toán

$$f(x) = 2x_1 + 3x_2 + x_3 \rightarrow \max$$
$$\begin{cases} x_1 - 5x_2 + x_3 = 6 \\ 2x_1 + 2x_2 & \leq 7 \\ -x_1 + 2x_2 & \leq 5 \end{cases}$$
$$x_j \geq 0, j = \overline{1,3}.$$

---

---

---

---

---

---

---

\$4. PHƯƠNG PHÁP ĐƠN HÌNH

Ví dụ 4.8:

Giải bài toán:

$$f(x) = -2x_1 + 3x_2 - x_3 \rightarrow \min$$
$$\begin{cases} x_1 - 5x_2 + x_3 \leq 15 \\ 3x_1 + 2x_2 - 2x_3 \leq 20 \\ 4x_1 + x_3 \leq 10 \end{cases}$$
$$x_j \geq 0, j = \overline{1,3}.$$

---

---

---

---

---

---

---

\$4. PHƯƠNG PHÁP ĐƠN HÌNH

**BTT**    Phần bài tập sinh viên tự làm

1/Giải bài toán Quy hoạch tuyến tính

$$f(x) = x_1 - 2x_2 + 2x_3 + 0x_4 \rightarrow \min$$
$$\begin{cases} x_1 + x_2 & + 4x_4 = 6 \\ & 2x_2 + x_3 + 5x_4 = 8 \end{cases}$$
$$x_j \geq 0, \quad j = 1, 2, 3, 4.$$

---

---

---

---

---

---

---

\$4. PHƯƠNG PHÁP ĐƠN HÌNH

1/Giải bài toán Quy hoạch tuyến tính

$$f(x) = 2x_1 + 3x_2 + x_3 \rightarrow \max$$
$$\begin{cases} x_1 - 5x_2 + x_3 \leq 6 \\ 2x_1 + 2x_2 - 2x_3 \leq 7 \\ -x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 5 \end{cases}$$
$$x_j \geq 0, \quad j = \overline{1, 3}.$$

---

---

---

---

---

---

---

\$5. PHƯƠNG PHÁP ĐƠN HÌNH MỞ RỘNG (THAM KHẢO)

Cho bài toán QHTT chuẩn mở rộng:

$$f(X) = c_0 + c_1x_1 + \dots + c_nx_n + Mx_{n+1} + \dots + Mx_{n+m}$$
$$\begin{cases} \sum_{j=1}^n a_{ij}x_j + x_{n+i} = b_i \geq 0, i = \overline{1; m} \\ x_j \geq 0, j = \overline{1; n+m} \end{cases}$$

Lưu ý:

- $x_{n+i}$  là các ẩn cơ bản giả.
- $M$  là tham số dương rất lớn  $\rightarrow$  xem như  $M = +\infty$

---

---

---

---

---

---

---

\$5. PHƯƠNG PHÁP ĐƠN HÌNH MỞ RỘNG (THAM KHẢO)

➤ Các ước lượng tính được lúc này sẽ có chứa tham số  $M$  và có dạng:  $\Delta_j = u_j M + v_j$

➤ Việc so sánh các ước lượng  $\Delta$  xác định như sau:

•  $\Delta_j = u_j M + v_j < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} u_j < 0 \\ u_j = 0, v_j < 0 \end{cases}$

•  $\Delta_j = u_j M + v_j > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} u_j > 0 \\ u_j = 0, v_j > 0 \end{cases}$

•  $\Delta_i = u_i M + v_i < \Delta_j = u_j M + v_j < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} u_i < u_j \\ u_i = u_j, v_i < v_j \end{cases}$

---

---

---

---

---

---

---

\$5. PHƯƠNG PHÁP ĐƠN HÌNH MỞ RỘNG (THAM KHẢO)

➤ Việc giải bài toán chuẩn tắc mở rộng vẫn dựa vào phương pháp đơn hình đã học kết hợp nguyên tắc so sánh các ước lượng  $\Delta$  khi có chứa tham số  $M$ .

Ví dụ 6 : Giải bài toán sau  
 $f(x) = -8x_1 + 6x_2 + 2x_3 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} 4x_1 + 4x_2 - 3x_3 = 18 \\ 4x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 16 \\ x_j \geq 0 \left( j = \overline{1,3} \right) \end{cases}$$

---

---

---

---

---

---

---

\$5. PHƯƠNG PHÁP ĐƠN HÌNH MỞ RỘNG (THAM KHẢO)

**Giải :** Bài toán thuộc dạng chính tắc nhưng không có sẵn ma trận đơn vị nên ta cộng ẩn giả  $x_4, x_5$  vào ràng buộc thứ nhất và thứ hai ta được :

$f(x) = -8x_1 + 6x_2 + 2x_3 + M(x_4 + x_5) \rightarrow \min$

$$\begin{cases} 4x_1 + 4x_2 - 3x_3 + x_4 = 18 \\ 4x_1 + 3x_2 + 4x_3 + x_5 = 16 \\ x_j \geq 0 \left( j = \overline{1,5} \right) \end{cases}$$

Đây là bài toán chính tắc có sẵn ma trận đơn vị nên ta dùng thuật toán đơn hình để giải :

---

---

---

---

---

---

---

\$5. PHƯƠNG PHÁP ĐƠN HÌNH MỞ RỘNG (THAM KHẢO)

| Cơ sở | H.số $c_j$ | Ph. án | <div>-8</div> $x_1$ | <div>6</div> $x_2$ | <div>2</div> $x_3$ | M            | M   |
|-------|------------|--------|---------------------|--------------------|--------------------|--------------|-----|
| A4    | M          | 18     | 4                   | 4                  | -3                 | 1            | 0   |
| A5    | M          | 16     | <div>[4]</div>      | 3                  | 4                  | 0            | 1   |
|       |            | 34     | 8                   | 7                  | 1                  | 0            | 0   |
|       |            | 0      | 8                   | -6                 | -2                 | 0            | 0   |
| A4    | M          | 2      | 0                   | <div>[1]</div>     | -7                 | <div>1</div> | -1  |
| A1    | -8         | 4      | 1                   | 3/4                | 1                  | 0            | 1/4 |
|       |            | 2      | 0                   | 1                  | -7                 | <div>0</div> | -2  |
|       |            | -32    | 0                   | -12                | -10                | 0            | -2  |

---

---

---

---

---

---

---

---

\$5. PHƯƠNG PHÁP ĐƠN HÌNH MỞ RỘNG (THAM KHẢO)

|    |    |     |   |   |      |                 |                |
|----|----|-----|---|---|------|-----------------|----------------|
| A2 | 6  | 2   | 0 | 1 | -7   | <div>1</div>    | -1             |
| A1 | -8 | 5/2 | 1 | 0 | 25/4 | <div>-3/4</div> | 1              |
|    |    | -8  | 0 | 0 | 0    | -1              | -1             |
|    |    |     | 0 | 0 | -94  | <div>12</div>   | <div>-14</div> |

Vậy phương án tối ưu của bài toán là  $x = \left(\frac{5}{2}, 2, 0\right)$   
và  $f_{\min} = -8$

---

---

---

---

---

---

---

---

\$5. PHƯƠNG PHÁP ĐƠN HÌNH MỞ RỘNG (THAM KHẢO)

**Ví dụ 7 :** Giải bài toán sau :  
 $f(x) = 6x_1 + 3x_2 + x_3 \rightarrow \min$   
$$\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 + x_3 \leq 10 \\ 4x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 16 \\ 2x_1 + 4x_2 + x_3 = 8 \\ x_j \geq 0 \left( j = \overline{1,3} \right) \end{cases}$$

**Giải :** Ta đưa bài toán về dạng chính tắc như sau :

---

---

---

---

---

---

---

---

\$5. PHƯƠNG PHÁP ĐƠN HÌNH MỞ RỘNG (THAM KHẢO)

$f(x) = 6x_1 + 3x_2 + x_3 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 + x_3 + x_4 = 10 \\ 4x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 16 \\ 2x_1 + 4x_2 + x_3 = 8 \\ x_j \geq 0 (j = \overline{1,4}) \end{cases}$$

Bài toán chưa có sẵn ma trận đơn vị nên ta thêm ẩn giả  $x_5, x_6$  vào ràng buộc hai và ba. Bài toán đưa về dạng chính tắc có sẵn ma trận đơn vị như sau :

---

---

---

---

---

---

---

---

\$5. PHƯƠNG PHÁP ĐƠN HÌNH MỞ RỘNG (THAM KHẢO)

$f(x) = 6x_1 + 3x_2 + x_3 + M(x_5 + x_6) \rightarrow \min$

$$\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 + x_3 + x_4 = 10 \\ 4x_1 - 3x_2 + 2x_3 + x_5 = 16 \\ 2x_1 + 4x_2 + x_3 + x_6 = 8 \\ x_j \geq 0 (j = \overline{1,6}) \end{cases}$$

Ta giải bài toán trên bằng bảng đơn hình như sau :

| Cơ sở | H.số<br>$c_j$ | Ph. án | 6     | 3     | 1     | 0     | M     | M     |
|-------|---------------|--------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
|       |               |        | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $x_4$ | $x_5$ | $x_6$ |
| A4    | 0             | 10     | 2     | 5     | 1     | 1     | 0     | 0     |
| A5    | M             | 16     | 4     | -3    | 2     | 0     | 1     | 0     |
| A6    | M             | 8      | 2     | 4     | 1     | 0     | 0     | 1     |
|       |               | 24     | 6     | 1     | 3     | 0     | 0     | 0     |
|       |               | 0      | -6    | -3    | -1    | 0     | 0     | 0     |

---

---

---

---

---

---

---

---

\$5. PHƯƠNG PHÁP ĐƠN HÌNH MỞ RỘNG (THAM KHẢO)

| Cơ sở | H.số<br>$c_j$ | Ph. án | 6     | 3     | 1     | 0     | M     | M     |
|-------|---------------|--------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
|       |               |        | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $x_4$ | $x_5$ | $x_6$ |
| A4    | 0             | 2      | 0     | 1     | 0     | 1     | 0     | -2    |
| A5    | M             | 0      | 0     | -11   | 0     | 0     | 1     | -2    |
| A1    | 6             | 4      | 1     | 2     | 0     | 0     | 0     | 1/2   |
|       |               | 24     | 0     | -11   | 0     | 0     | 0     | -3    |
|       |               | 0      | 0     | 9     | 2     | 0     | 0     | 3     |
| A4    | 0             | 2      | 0     | 1     | 0     | 1     | 0     |       |
| A5    | M             | 0      | 0     | -11   | 0     | 0     | 1     |       |
| A3    | 1             | 8      | 2     | 4     | 1     | 0     | 0     |       |
|       |               | 0      | 0     | 11    | 0     | 0     | 0     |       |
|       |               | 8      | -4    | 1     | 0     | 0     | 0     |       |

Vậy từ bảng đơn hình ta kết luận phương án tối ưu là  $(0,0,8)$  và  $f_{\min} = 8$

---

---

---

---

---

---

---

---

\$5. PHƯƠNG PHÁP ĐƠN HÌNH MỞ RỘNG (THAM KHẢO)

Ví dụ 8 : Giải bài toán quy hoạch sau

$$f(x) = x_1 - 7x_2 - 2x_3 + 6x_4 \rightarrow \max$$
$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 \geq 10 \\ 2x_1 + 5x_2 + x_3 + 4x_4 \geq 15 \end{cases}$$
$$x_j \geq 0, j = \overline{1,4} .$$

Giải : Dạng chính tắc của bài toán là

$$f(x) = x_1 - 7x_2 - 2x_3 + 6x_4 + 0(x_5 + x_6) - Mx_7 - Mx_8 \rightarrow \max$$
$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 - x_5 + x_7 = 10 \\ 2x_1 + 5x_2 + x_3 + 4x_4 - x_6 + x_8 = 15 \end{cases}$$
$$x_j \geq 0, j = \overline{1,8} .$$

\$5. PHƯƠNG PHÁP ĐƠN HÌNH MỞ RỘNG (THAM KHẢO)

BẢNG ĐƠN HÌNH

|       |    |       | 1     | -7 | -2   | 6     | 0  | 0    | -M | -M   |
|-------|----|-------|-------|----|------|-------|----|------|----|------|
| Co So | CJ | Ph.An | A1    | A2 | A3   | A4    | A5 | A6   | A7 | A8   |
| A7    | -M | 10    | 1     | 3  | 1    | 1     | -1 | 0    | 1  | 0    |
| A8    | -M | 15    | 2     | 5  | 1    | 4     | 0  | -1   | 0  | 1    |
| (M)   |    |       | -3    | -8 | -2   | -5    | 1  | 1    | 0  | 0    |
|       |    |       | -1    | 7  | 2    | -6    | 0  | 0    | 0  | 0    |
| A7    | -M | 1     | -1/5  | 0  | 2/5  | -7/5  | -1 | 3/5  | 1  | -3/5 |
| A2    | -7 | 3     | 2/5   | 1  | 1/5  | 4/5   | 0  | -1/5 | 0  | 1/5  |
| (M)   |    |       | 1/5   | 0  | -2/5 | 7/5   | 1  | -3/5 | 0  | 8/5  |
|       |    |       | -19/5 | 0  | 3/5  | -58/5 | 0  | 7/5  | 0  | -7/5 |

\$5. PHƯƠNG PHÁP ĐƠN HÌNH MỞ RỘNG (THAM KHẢO)

|     |    |       |      |      |       |      |      |      |     |    |
|-----|----|-------|------|------|-------|------|------|------|-----|----|
| A6  | 0  | 5/3   | -1/3 | 0    | 2/3   | -7/3 | -5/3 | 1    | 5/3 | -1 |
| A2  | -7 | 10/3  | 1/3  | 1    | 1/3   | 1/3  | -1/3 | 0    | 1/3 | 0  |
| (M) |    | 0     | 0    | 0    | 0     | 0    | 0    | 1    | 1   |    |
|     |    | -10/3 | 0    | -1/3 | -25/3 | 7/3  | 0    | -7/3 | 0   | 0  |
| A6  | 0  | 25    | 2    | 7    | 3     | 0    | -4   | 1    | 4   | -1 |
| A4  | 6  | 10    | 1    | 3    | 1     | 1    | -1   | 0    | 1   | 0  |
| (M) |    | 0     | 0    | 0    | 0     | 0    | 0    | 1    | 1   |    |
|     |    | 5     | 25   | 8    | 0     | -6   | 0    | -6   | 0   | 0  |

Vậy bài toán không có phương án tối ưu

\$5. PHƯƠNG PHÁP ĐƠN HÌNH MỞ RỘNG (THAM KHẢO)

| Ci | Xi   | Yi | X1 | X2 | X3 | X4 | X5 | X6 |
|----|------|----|----|----|----|----|----|----|
| 0  | X4   | 6  | 1  | -5 | 1  | 1  | 0  | 0  |
| 0  | X5   | 7  | 2  | 2  | -2 | 0  | 1  | 0  |
| 0  | X6   | 5  | -1 | 2  | 1  | 0  | 0  | 1  |
|    | F(x) | 0  | -2 | -3 | -1 | 0  | 0  | 0  |

---

---

---

---

---

---

---

\$5. PHƯƠNG PHÁP ĐƠN HÌNH MỞ RỘNG (THAM KHẢO)

| Ci | Xi   | Yi   | X1   | X2 | X3  | X4 | X5 | X6  |
|----|------|------|------|----|-----|----|----|-----|
| 0  | X4   | 37/2 | -3/2 | 0  | 7/2 | 1  | 0  | 5/2 |
| 0  | X5   | 2    | 3    | 0  | -3  | 0  | 1  | -1  |
| 3  | X2   | 5/2  | -1/2 | 1  | 1/2 | 0  | 0  | 1/2 |
|    | F(x) | 15/2 | -7/2 | 0  | 1/2 | 0  | 0  | 3/2 |

---

---

---

---

---

---

---

\$5. PHƯƠNG PHÁP ĐƠN HÌNH MỞ RỘNG (THAM KHẢO)

| Ci | Xi   | Yi   | X1 | X2 | X3 | X4 | X5  | X6   |
|----|------|------|----|----|----|----|-----|------|
| 0  | X4   | 39/2 | 0  | 0  | 2  | 1  | 1/2 | 2    |
| 2  | X1   | 2/3  | 1  | 0  | -1 | 0  | 1/3 | -1/3 |
| 3  | X2   | 17/6 | 0  | 1  | 0  | 0  | 1/6 | 1/3  |
|    | F(x) | 59/6 | 0  | 0  | -3 | 0  | 7/6 | 1/3  |

---

---

---

---

---

---

---

\$5. PHƯƠNG PHÁP ĐƠN HÌNH MỞ RỘNG (THAM KHẢO)

|    |      |        |    |    |    |     |       |      |
|----|------|--------|----|----|----|-----|-------|------|
| Ci | Xi   | Yi     | X1 | X2 | X3 | X4  | X5    | X6   |
| 1  | X3   | 39/4   | 0  | 0  | 1  | 1/2 | 1/4   | 1    |
| 2  | X1   | 125/12 | 1  | 0  | 0  | 1/2 | 7/12  | 2/3  |
| 3  | X2   | 17/6   | 0  | 1  | 0  | 0   | 1/6   | 1/3  |
|    | F(x) | 469/12 | 0  | 0  | 0  | 3/2 | 23/12 | 10/3 |