

MỘT SỐ BÀI TẬP

Câu 1. Có ba cơ sở phát hành báo ngày A, B, C phân phối cho 4 vùng kinh tế I, II, III, IV. Bảng sau đây cho biết số lượng phát hành của mỗi cơ sở và số lượng báo yêu cầu của mỗi vùng (đv:1000 tờ), đồng thời cũng cho biết thời gian cần thiết để vận chuyển báo từ cơ sở phát hành đến các vùng (giờ)

Cơ sở	Số lượng	Thời gian vận chuyển đến các vùng			
		I	II	III	IV
A	30	2	3	3	5
B	110	2	7	2	1
C	40	6	5	2	6
Nhu cầu các vùng		40	50	30	60

Hãy lập mô hình bài toán quy hoạch tuyến tính tìm phương án phân phối và vận chuyển báo sao cho tổng thời gian vận chuyển là nhỏ nhất

Câu 2. Một xí nghiệp sản xuất giấy hiện có số lượng bột gỗ và chất hồ keo tương ứng là 5.600 m^3 và 80 tấn. Các yếu tố sản xuất khác có số lượng lớn. Xí nghiệp có thể sản xuất ra ba loại giấy A, B, C. Biết số lượng các loại nguyên liệu để sản xuất ra 1 tấn giấy thành phẩm được cho trong bảng sau:

Sản phẩm	A	B	C
Nguyên liệu			
Bột gỗ (m^3)	1.5	1.8	1.6
Chất hồ keo (kg)	20	30	24

Ngoài ra, giả sử rằng sản phẩm sản xuất ra đều có thể tiêu thụ được hết với lợi nhuận khi sản xuất 1 tấn giấy A, B, C tương ứng là 2.5; 3.5 và 3 (triệu đồng). Hãy lập mô hình bài toán quy hoạch tuyến tính tìm kế hoạch sản xuất tối ưu.

Câu 3. Một xí nghiệp dự định sản xuất ba loại sản phẩm A, B và C. Các sản phẩm này được chế tạo từ ba loại nguyên liệu I, II và III. Số lượng các nguyên liệu I, II và III mà xí nghiệp có lần lượt là 30, 50, 40. Số lượng các nguyên liệu cần để sản xuất một đơn vị sản phẩm A, B, C được cho ở bảng sau đây

NL \ SP	I	II	III
A	1	1	3
B	1	2	2
C	2	3	1

Xí nghiệp muốn lên một kế hoạch sản xuất để thu được tổng số lãi nhiều nhất (với giả thiết các sản phẩm làm ra đều bán hết), nếu biết rằng lãi 5 triệu đồng

cho một đơn vị sản phẩm loại A, lãi 3.5 triệu đồng cho một đơn vị sản phẩm loại B, lãi 2 triệu đồng cho một đơn vị sản phẩm loại C.

a) Lập mô hình bài toán quy hoạch tuyến tính.

b) Bằng phương pháp đơn hình, hãy giải bài toán trên.

Câu 4. Một công ty sản xuất hai loại sơn nội thất và sơn ngoài trời. Nguyên liệu để sản xuất gồm hai loại A, B với trữ lượng là 6 tấn và 8 tấn tương ứng. Để sản xuất một tấn sơn nội thất cần 2 tấn nguyên liệu A và 1 tấn nguyên liệu B. Để sản xuất một tấn sơn ngoài trời cần 1 tấn nguyên liệu A và 2 tấn nguyên liệu B. Qua điều tra thị trường công ty biết rằng nhu cầu sơn nội thất không hơn sơn ngoài trời quá 1 tấn. Giá bán một tấn sơn nội thất là 2000 USD, giá bán một tấn sơn ngoài trời là 3000 USD.

Hỏi cần sản xuất mỗi loại sơn bao nhiêu tấn để có doanh thu lớn nhất ?

Câu 5. Giải bài toán quy hoạch tuyến tính

$$f = -2x_1 + 6x_2 + 4x_3 - 2x_4 + 3x_5 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 52 \\ 4x_2 + 2x_3 + x_4 = 60 \\ 3x_2 + x_5 = 36 \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, j = \overline{1,5}.$$

Câu 6. Giải bài toán quy hoạch tuyến tính

$$f = 2x_1 + 5x_2 + 4x_3 + x_4 - 5x_5 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} x_1 - 6x_2 - 2x_4 - 9x_5 = 32 \\ 2x_2 + x_3 + \frac{1}{2}x_4 + \frac{3}{2}x_5 = 30 \\ 3x_2 + x_5 \leq 36 \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, j = \overline{1,5}.$$

Câu 7. Giải bài toán sau bằng phương pháp đơn hình

$$f(x) = 2x_1 - 2x_2 + 3x_3 - x_4 + x_5 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} x_2 - x_3 + x_4 = 2 \\ x_1 + x_3 + x_5 = 12 \\ 2x_1 + 4x_2 + 3x_3 \leq 9 \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, \forall j = \overline{1,5}$$

Câu 8. Cho bài toán

$$f(x) = x_1 - x_2 + x_3 + 2x_4 \rightarrow \min$$

$$(P) \begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 \geq 3 \\ 6x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 \geq 15 \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,4} \end{cases}$$

- a) Tìm một phương án của bài toán (P). Biết x_3, x_4 là các biến cơ sở.
b) Tìm phương án tối ưu của bài toán (P), với phương án xuất phát tìm được ở câu a).

Câu 9. Cho bài toán quy hoạch tuyến tính

$$f(x) = -x_1 + 2x_2 - x_3 + 3x_4 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 \geq 2 \\ -x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 \geq 3 \\ x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0 \end{cases}$$

- a) Viết bài toán dưới dạng chuẩn.
b) Phương án: $x_1 = 0, x_2 = 2, x_3 = 0, x_4 = 7$ tối ưu chưa? Nếu chưa thì từ phương án đã cho, hãy tìm phương án mới tốt hơn.

Câu 10. Cho bài toán quy hoạch tuyến tính:

$$f(x) = -2x_1 + x_2 + x_4 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 \leq 15 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 27 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 \leq 18 \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, \forall j = \overline{1, 4}$$

Biết $\min f = -30$ và bài toán có phương án tối ưu là $x^* = (15; 0; 12; 0)$.

- a) Hãy viết bài toán đối ngẫu của bài toán trên;
b) Tìm phương án tối ưu của bài toán đối ngẫu.

Câu 11. Cho bài toán

$$f(x) = 3x_1 + 4x_2 - x_3 \rightarrow \min$$

$$(P) \begin{cases} -2x_1 - x_2 + 2x_3 \leq 3 \\ x_1 - 2x_2 + 2x_3 \geq 2 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 = 4 \\ x_j \geq 0, j = 1, 2, 3. \end{cases}$$

- a) Lập bài toán đối ngẫu (D) của (P);
b) Không giải bài toán, hãy chứng tỏ $x^* = (1/5, 0, 17/10)$ là nghiệm của (P).

Câu 12. Cho bài toán quy hoạch tuyến tính:

$$f(x) = 2x_1 + x_2 + x_3 + 4x_4 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 5x_1 + x_2 + x_3 + 6x_4 = 50 \\ -3x_1 + x_3 + 2x_4 \geq 16 \\ 4x_1 + 3x_3 + x_4 \leq 23 \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, \forall j = \overline{1, 4}$$

Biết $\max f = 40$ và bài toán có phương án tối ưu là $x^* = (0; 14; 6; 5)$.

- a) Hãy viết bài toán đối ngẫu của bài toán trên;
 b) Tìm phương án tối ưu của bài toán đối ngẫu.

Câu 13. Cho bài toán quy hoạch tuyến tính

$$f(x) = x_1 + 2x_2 + 3x_3 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} 6x_1 + 3x_2 + 2x_3 \geq 20 \\ 2x_1 + 6x_2 + 3x_3 \geq 25 \end{cases}$$

$$x_j \geq 0; j = \overline{1, 3}.$$

- a) Phát biểu bài toán đối ngẫu của bài toán trên .
 b) Hãy giải một trong hai bài toán rồi suy ra phương án tối ưu của bài toán còn lại.

Câu 14. Cho bài toán quy hoạch tuyến tính

$$f(x) = -16x_1 + 7x_2 + 9x_3 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} -\frac{2}{3}x_1 - \frac{1}{3}x_2 + x_3 = \frac{1}{3} \\ -5x_1 + 5x_2 = 7 \end{cases}$$

$$x_j \geq 0; j = \overline{1, 3}.$$

- a) Phát biểu bài toán đối ngẫu của bài toán trên .
 b) Hãy giải một trong hai bài toán rồi suy ra phương án tối ưu của bài toán còn lại.

Câu 15. Cho biết $x^0 = (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = (0, \frac{34}{3}, \frac{22}{3}, 0, 2)$ là phương án tối ưu của bài toán quy hoạch tuyến tính gốc sau:

$$f = -2x_1 + 6x_2 + 4x_3 - 2x_4 + 3x_5 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 52 \\ 4x_2 + 2x_3 + x_4 = 60 \\ 3x_2 + x_5 = 36 \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, j = \overline{1, 5}.$$

- a) Phát biểu bài toán đối ngẫu của bài toán trên .
 b) Hãy suy ra phương án tối ưu của bài toán đối ngẫu từ phương án tối ưu đã cho của bài toán gốc.

Câu 16. Cho bài toán quy hoạch tuyến tính

$$f = 6x_1 + x_2 + x_3 + 3x_4 + x_5 - 7x_6 + 7 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} -x_1 + x_2 - x_4 + x_6 = 15 \\ 2x_1 - x_3 + 2x_6 = -9 \\ 4x_1 + 2x_4 + x_5 - 3x_6 = 2 \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, j = \overline{1, 6}.$$

- a) Giải bài toán trên.

b) Phát biểu bài toán đối ngẫu của bài toán trên .

Câu 17. Cho bài toán quy hoạch tuyến tính

$$f(x) = 4x_1 + 6x_2 + 5x_3 + 3x_4 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 3x_3 + 2x_4 \geq 5 \\ x_1 + 4x_2 + 2x_3 + x_4 \geq 3 \end{cases}$$

$$x_j \geq 0; j = \overline{1, 4}.$$

a) Phát biểu bài toán đối ngẫu của bài toán trên .

b) Hãy giải một trong hai bài toán rồi suy ra phương án tối ưu của bài toán còn lại.

Câu 18. Cho bài toán quy hoạch tuyến tính

$$f(x) = 3x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 7x_4 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 + 3x_4 + 2x_5 \leq 15 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 + 4x_4 + x_5 \leq 19 \end{cases}$$

$$x_j \geq 0; j = \overline{1, 5}.$$

a) Phát biểu bài toán đối ngẫu của bài toán trên .

b) Hãy giải bài toán gốc bằng thuật toán đơn hình và tìm phương án tối ưu của bài toán đối ngẫu.

Câu 19. Đại hội Olympic được tổ chức đồng loạt cùng ngày ở 4 địa điểm. Các nhu cầu vật chất (tấn) được phát đi từ 3 địa điểm. Các dữ liệu về yêu cầu thu phát và cự ly (km) được cho trong bảng dưới đây. Do đặc điểm của các phương tiện vật chất, thời gian và phương tiện vận tải, nên không thể chuyển quá xa trên 150 km. Tìm phương án chuyên chở sao cho tổng số chiều dài quãng đường là nhỏ nhất.

	15	10	17	18
20	160	50	100	70
30	100	200	30	60
10	50	40	30	50

Câu 20. a) Giải bài toán vận tải dạng min với các giả thiết sau đây:

- Véc tơ hàng hóa tại các trạm phát : $a = (25; 40; 40; 30)$;
- Véc tơ hàng hóa tại các trạm thu : $b = (60; 50; 10; 15)$;

Ma trận chi phí : $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 7 & 9 & 5 \\ 6 & 3 & 7 & 6 \\ 7 & 4 & 8 & 7 \end{pmatrix}$.

b) Ứng với phương án tối ưu của câu a, hãy tìm 1 PATU' khác của bài toán.

Câu 21. Dùng thuật toán thế vị giải bài toán vận tải có mô hình sau

$$f(X) = 4x_{11} + 2x_{12} + 7x_{13} + 6x_{14} + 8x_{21} + x_{22} + 3x_{23} + \\ + 7x_{24} + 3x_{31} + 4x_{32} + 6x_{33} + 9x_{34} \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} = 60 \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} = 90 \\ x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} = 55 \\ x_{11} + x_{21} + x_{31} = 20 \\ x_{12} + x_{22} + x_{32} = 95 \\ x_{13} + x_{23} + x_{33} = 50 \\ x_{14} + x_{24} + x_{34} = 40 \\ x_{ij} \geq 0, i = \overline{1,3}; j = \overline{1,4} \end{cases}$$

Câu 22. Giải bài toán vận tải cân bằng thu phát:

	60	70	40	30
100	2	1	4	3
80	5	3	2	6
20	6	2	1	5

Câu 23. Giải bài toán vận tải cân bằng thu phát:

	80	20	60
50	5	4	1
40	3	2	6
70	7	9	11

Câu 24. Xét bài toán vận tải với các số liệu được cho ở dạng ma trận và véc tơ như sau:

- Véc tơ hàng hóa tại các trạm phát : $a = (50; 60; 20);$

- Véc tơ hàng hóa tại các trạm thu : $b = (45; 25; 50)$;

- Ma trận chi phí : $A = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 6 \\ 2 & 6 & 1 \\ 3 & 4 & 2 \end{pmatrix}$

- Hãy đưa về bài toán cân bằng thu phát và giải.
- Giải bài toán trên với điều kiện trạm phát thứ nhất phải phát hết hàng.
- Tìm phương án tối ưu khác của bài toán.

Câu 25. Giải bài toán vận tải không cân bằng thu phát sau:

	20	90	60
80	3	4	1
30	4	2	3
50	1	5	6

- Giải bài toán.
- Giải bài toán với điều kiện trạm thu thứ hai phải nhận đủ hàng.

Câu 26. Giải bài toán vận tải cân bằng thu phát:

	80	20	60
50	5	4	1
40		2	6
70	7	9	

Trong đó ô(2,1) và ô(3,3) là ô cấm, tức là tuyến đường từ nơi phát hàng thứ 2 đến nơi nhận hàng thứ 1 và tuyến đường từ nơi phát hàng thứ 3 đến nơi nhận hàng thứ 3 không thể đi qua được.

Câu 27. Giải bài toán vận tải cân bằng thu phát:

	40	70	90
100	5	6	9
45	4		10
55	4	2	5

Trong đó ô(2,2) là ô cấm, tức là tuyến đường từ nơi phát hàng thứ 2 đến nơi nhận hàng thứ 2 không thể đi qua được.

Câu 28. Giải bài toán vận tải cân bằng thu phát:

	46	45	76	20	52
79	10	1	5	13	8
50	5	6	10	8	13
60	3	2	8	9	6
50	13	5	7	10	13

Câu 29. Cho bài toán vận tải cân bằng thu phát:

	25	80	120	45	30
70	7	2	9	12	6
85	8	6	4	3	9
35	5	3	6	7	11
110	11	5	10	8	1

a) Tìm PA xuất phát của bài toán bằng 2 phương pháp góc tây bắc và phương pháp $c_{\min}$. Hai phương pháp trên có phải là các *phương án cơ bản không suy biến*?

b) Trong hai phương án trên, phương án nào là phương án tốt hơn và phương án tốt hơn đó có phải là phương án tối ưu không?

Câu 30. Cho bài toán vận tải cân bằng thu phát sau:

	60	70	40	30
100	2	1	4	3
80	5	3	2	6
20	6	2	1	5

a) Xây dựng một phương án cơ bản.

b) Xuất phát từ phương án cơ bản này, hãy giải bài toán vận tải trên.