

XÁC SUẤT ỨNG DỤNG

Chương 3

CÁC LUẬT PHÂN PHỐI
XÁC SUẤT THƯỜNG GẶP

Bài 1. Phân phối Siêu bội

Bài 2. Phân phối Nhị thức

Bài 3. Phân phối Poisson

Bài 4. Phân phối Chuẩn

Bài 5. Xấp xỉ các quy luật PPXS

Bài 1. Phân phối Siêu bội

1.1. Định nghĩa

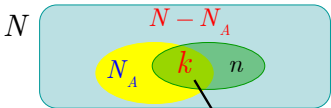
- Xét tập có N phần tử gồm N_A phần tử có tính chất A và $N - N_A$ phần tử có tính chất $\bar{A}$. Từ tập đó, ta chọn ra n phần tử. Gọi X là số phần tử có tính chất A lần trong n phần tử đã chọn thì X có phân phối **Siêu bội**, ký hiệu là $X \in H(N, N_A, n)$ hay $X \sim H(N, N_A, n)$.
- Xác suất trong n phần tử chọn ra có k phần tử A là

$$p_k = P(X = k) = \frac{C_{N_A}^k C_{N - N_A}^{n - k}}{C_N^n}$$

trong đó: $0 \leq k \leq n$ và $n - (N - N_A) \leq k \leq N_A$.

Bài 1. Phân phối Siêu bội

1.1. Định nghĩa



$$\max\{0; n - (N - N_A)\} \leq k \leq \min\{n; N_A\}$$

Bài 1. Phân phối Siêu bội

1.1. Định nghĩa

VD 1. Một hộp phần gồm 10 viên, trong đó có 7 viên màu trắng. Lấy ngẫu nhiên 5 viên phần từ hộp này. Gọi X là số viên phần trắng lấy được. Lập bảng phân phối xác suất và tính kỳ vọng của X ?

Bài 1. Phân phối Siêu bội

1.2. Các số đặc trưng của $X \sim H(N, N_A, n)$

$EX = np; \text{ } VarX = npq \frac{N - n}{N - 1}$

trong đó: $p = \frac{N_A}{N}, \text{ } q = 1 - p.$

Bài 1. Phân phối Siêu bội

VD 2. Một cửa hàng bán 100 bóng đèn, trong đó có 12 bóng hỏng. Một người chọn mua ngẫu nhiên 15 bóng đèn từ cửa hàng này. Hỏi trung bình người đó mua được bao nhiêu bóng đèn tốt ?

Bài 1. Phân phối Siêu bội

VD 3. Tại một công trình có 100 người đang làm việc, trong đó có 70 kỹ sư. Chọn ngẫu nhiên 40 người từ công trình này. Gọi X là số kỹ sư chọn được.

1) Tính xác suất chọn được từ 27 đến 29 kỹ sư ?

2) Tính EX và $VarX$?

Bài 2. Phân phối Nhị thức

2.1. Phân phối Bernoulli

2.1.1. Định nghĩa

- Phép thử Bernoulli là phép thử mà ta chỉ quan tâm đến 2 biến cố A và $\bar{A}$, với $P(A) = p$. Khi đó ta nói X có phân phối Bernoulli với tham số p , ký hiệu là $X \in B(p)$ hay $X \sim B(p)$.
- Xét biến ngẫu nhiên:

$$X = \begin{cases} 1 & \text{khi } A \text{ xảy ra} \\ 0 & \text{khi } \bar{A} \text{ xảy ra,} \end{cases} \quad P(\bar{A}) = 1 - p = q.$$

Bài 2. Phân phối Nhị thức

2.1. Phân phối Bernoulli

2.1.1. Định nghĩa

Bảng phân phối xác suất của X là

X	0	1
P	q	p

2.1.2. Các số đặc trưng của $X \sim B(p)$

$EX = p; \quad VarX = pq$

VD 1. Một câu hỏi trắc nghiệm có 4 phương án trả lời, trong đó chỉ có 1 phương án đúng. Một sinh viên chọn ngẫu nhiên 1 phương án để trả lời câu hỏi đó.

Bài 2. Phân phối Nhị thức

2.1.2. Các số đặc trưng của $X \sim B(p)$

Gọi A : “sinh viên này trả lời đúng”. Khi đó, việc trả lời câu hỏi của sinh viên này là một phép thử Bernoulli và

$$p = P(A) = \frac{1}{4}, q = \frac{3}{4}.$$

Gọi BNN $X = \begin{cases} 1 & \text{khi sinh viên này trả lời đúng} \\ 0 & \text{khi sinh viên này trả lời sai,} \end{cases}$

thì $X \in B\left(\frac{1}{4}\right)$ và $EX = \frac{1}{4}, VarX = \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{16}$.

Bài 2. Phân phối Nhị thức

2.2. Phân phối Nhị thức

2.2.1. Định nghĩa

- Xét dãy n phép thử Bernoulli độc lập. Với phép thử thứ i , ta xét biến ngẫu nhiên $X_i \in B(p)$ ($i = 1, \dots, n$).

Nghĩa là, $X_i = \begin{cases} 1 & \text{khi lần thứ } i \text{ } A \text{ xảy ra} \\ 0 & \text{khi lần thứ } i \text{ } A \text{ không xảy ra.} \end{cases}$

- Gọi X là số lần biến cố A xuất hiện trong n phép thử. Khi đó, $X = X_1 + \dots + X_n$ và ta nói X có phân phối **Nhị thức**, ký hiệu là $X \in B(n, p)$ hay $X \sim B(n, p)$.

Bài 2. Phân phối Nhị thức

2.2. Phân phối Nhị thức

2.2.1. Định nghĩa

- Xác suất trong n lần thử có k lần A xảy ra là

$$p_k = P(X = k) = C_n^k p^k q^{n-k} \quad (k = 0, 1, \dots, n)$$

VD 2. Một đề thi XSTK gồm 20 câu hỏi trắc nghiệm như trong VD 1. Sinh viên B làm bài một cách ngẫu nhiên. Biết rằng, nếu trả lời đúng 1 câu thì sinh viên B được 0,5 điểm và nếu trả lời sai 1 câu thì bị trừ 0,125 điểm. Tính xác suất để sinh viên B đạt điểm 5 ?

Bài 2. Phân phối Nhị thức

2.2. Phân phối Nhị thức

2.2.1. Định nghĩa

VD 2. Nhà AN có nuôi 5 con gà mái. Xác suất mỗi con gà đẻ trứng trong ngày là 0,6. Gọi biến ngẫu nhiên X là số trứng mỗi ngày AN nhặt được. Hãy lập bảng phân phối xác suất và tính kì vọng của X .

Bài 2. Phân phối Nhị thức

2.2. Phân phối Nhị thức

2.2.2. Các số đặc trưng của $X \sim B(n, p)$

$$EX = np; \text{ } VarX = npq$$
$$Mod\, X = x_0 \in \mathbb{N}: np - q \leq x_0 \leq np - q + 1$$

VD 3. Ông B trồng 100 cây bạch đàn với xác suất cây chết là 0,02. Gọi X là số cây bạch đàn chết.

- 1) Tính xác suất có từ 3 đến 5 cây bạch đàn chết ?
- 2) Tính trung bình số cây bạch đàn chết và $VarX$?
- 3) Hỏi ông B cần phải trồng tối thiểu mấy cây bạch đàn để xác suất không có cây chết nhỏ hơn 50% ?

Bài 2. Phân phối Nhị thức

VD 4. Một nhà vườn trồng 126 cây lan quý, xác suất nở hoa của mỗi cây trong 1 năm là 0,67.

- 1) Giá bán 1 cây lan quý nở hoa là 2 triệu đồng. Giả sử nhà vườn bán hết những cây lan nở hoa thì mỗi năm nhà vườn thu được chắc chắn nhất là bao nhiêu tiền?
- 2) Nếu muốn trung bình mỗi năm có nhiều hơn 100 cây lan quý nở hoa thì nhà vườn phải trồng tối thiểu mấy cây lan quý ?

Bài 2. Phân phối Nhị thức

VD 5. Có 10 hộp phần màu giống nhau, mỗi hộp chứa 20 viên phần gồm hai loại: 3 hộp loại I, mỗi hộp có 12 viên phần đỏ; 7 hộp loại II, mỗi hộp có 8 viên phần đỏ. Chọn ngẫu nhiên 1 hộp và từ hộp đó lấy lần lượt ra 5 viên phần (lấy viên nào xong thì trả lại vào hộp viên đó). Tính xác suất chọn được 3 viên phần đỏ ?

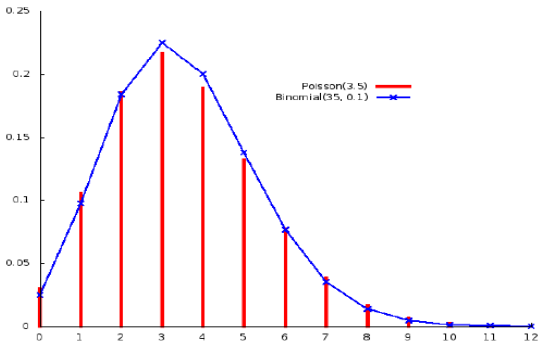
Bài 2. Phân phối Nhị thức

VD 6. Một lô hàng chứa 20 sản phẩm trong đó có 4 phế phẩm. Chọn liên tiếp 3 lần từ lô hàng (mỗi lần chọn có hoàn lại), mỗi lần chọn ra 4 sản phẩm. Tính xác suất để trong 3 lần chọn có ít nhất 1 lần chọn phải 2 phế phẩm ?

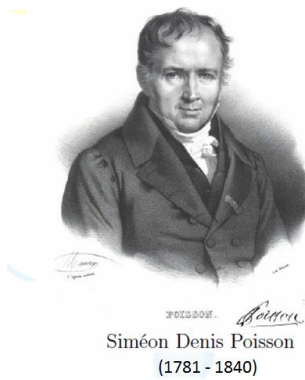
Bài 3. Phân phối Poisson

3.1. Định nghĩa phân phối Poisson
Biến ngẫu nhiên rời rạc X có **trung bình** số lần xuất hiện biến cố quan tâm trong một khoảng xác định (khoảng thời gian hoặc một khoảng đơn vị tính nào đó) là λ , được gọi là có phân phối **Poisson** với tham số $\lambda > 0$, ký hiệu là $X \in P(\lambda)$ hay $X \sim P(\lambda)$
 $\rightarrow X = \{0, 1, 2, \dots, n, \dots\}$ và xác suất

$$p_k = P(X = k) = \frac{e^{-\lambda} \cdot \lambda^k}{k!} \quad (k = 0, 1, 2, \dots)$$



Phân phối $P(3,5)$ và phân phối $B(35; 0,1)$



Bài 3. Phân phối Poisson

VD. Quan sát tại một sân bay thấy trung bình 16 phút có 2 máy bay hạ cánh. Suy ra trong 1 giờ trung bình có:

$$\lambda = \frac{60.2}{16} = 7,5 \text{ máy bay hạ cánh.}$$

VD. Trung bình cứ 100 sinh viên thi hết môn XSTK có 71 sinh viên thi đạt. Suy ra 120 sinh viên thi hết môn XSTK thì trung bình có 85,2 sinh viên thi đạt.

Bài 3. Phân phối Poisson

3.2. Các số đặc trưng của $X \sim P(\lambda)$

$$EX = VarX = \lambda$$
$$Mod X = x_0 \in \mathbb{N}: \lambda - 1 \leq x_0 \leq \lambda$$

Bài 3. Phân phối Poisson

VD 1. Quan sát tại siêu thị A thấy trung bình 5 phút có 18 khách đến mua hàng.

- 1) Tính xác suất để trong 7 phút có 25 khách ?
- 2) Tính xác suất để trong 2 phút có từ 3 đến 5 khách ?
- 3) Tính số khách chắc chắn nhất sẽ đến trong 1 giờ ?

Bài 3. Phân phối Poisson

VD 2. Quan sát thấy trung bình 2 phút có 6 ô tô đi qua trạm thu phí. Biết xác suất có ít nhất 1 ô tô đi qua trạm thu phí trong t phút bằng 0,9. Giá trị của t (phút) là:

- A. 0,9082 B. 0,8591 C. 0,8514 D. 0,7675.

Bài 3. Phân phối Poisson

VD 3. Cứ mỗi lần đi câu cá thì ông A chọn ngẫu nhiên 1 trong 2 nơi để câu. Nếu đi câu ở địa điểm I thì trung bình cứ 10 lần móc mỗi, ông A câu được 2 con cá; câu ở địa điểm II thì trung bình cứ 12 lần móc mỗi, ông A câu được 3 con cá. Hôm nay ông A đi câu, ông đã móc mỗi 20 lần và câu được 5 con cá. Tính xác suất ông A câu được 5 con cá ở địa điểm II ?

Bài 3. Phân phối Poisson

VD 4. Tại một xưởng dệt, trung bình dệt 10 m vải loại B thì bị lỗi 13 chỗ. Chọn lần lượt 5 xấp vải loại B của xưởng, mỗi xấp dài 6 m. Tính xác suất để 3 trong 5 xấp vải ấy, mỗi xấp vải có đúng 7 chỗ bị lỗi ?

Bài 3. Phân phối Poisson

VD 5. Quan sát thấy trung bình 1 ngày (24 giờ) có 12 chuyến tàu vào cảng A . Chọn ngẫu nhiên 6 giờ trong 1 ngày. Tính xác suất để 2 trong 6 giờ ấy, mỗi giờ có đúng 1 tàu vào cảng A ?

Bài 4. Phân phối Chuẩn

4.1. Phân phối Chuẩn

4.1.1. Định nghĩa

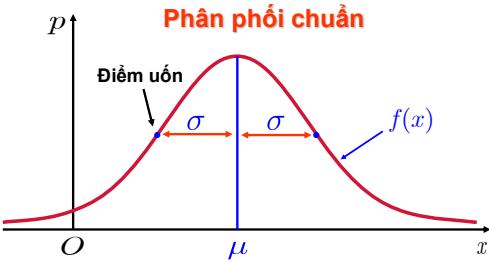
Biến ngẫu nhiên liên tục X được gọi là có phân phối chuẩn (*Normal distribution*) với hai tham số μ và σ^2 ($\sigma > 0$), ký hiệu là $X \in N(\mu; \sigma^2)$ hay $X \sim N(\mu; \sigma^2)$, nếu hàm mật độ xác suất của X có dạng

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (x \in \mathbb{R})$$

Bài 4. Phân phối Chuẩn

4.1.2. Các số đặc trưng của $X \sim N(\mu, \sigma^2)$

$$\text{Mod } X = EX = \mu; \quad \text{Var} X = \sigma^2$$



Bài 4. Phân phối Chuẩn

4.1.3. Xác suất của $X \sim N(\mu, \sigma^2)$

$$P(a \leq X \leq b) = \int_a^b f(x) dx = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_a^b e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx$$

Nhận xét. Đổi biến $z = \frac{x-\mu}{\sigma}$, ta có:

$$\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_a^b e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx = \int_{\frac{a-\mu}{\sigma}}^{\frac{b-\mu}{\sigma}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}} dz.$$

Bài 4. Phân phối Chuẩn

4.2. Phân phối chuẩn tắc

4.2.1. Định nghĩa

Biến ngẫu nhiên Z có phân phối chuẩn với hai tham số $\mu = 0$ và $\sigma^2 = 1$ được gọi là có **phân phối chuẩn tắc**, ký hiệu là $Z \in N(0; 1)$ hay $Z \sim N(0; 1)$.
Hàm mật độ xác suất của Z là

$$f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}}, z \in \mathbb{R}$$

Bài 4. Phân phối Chuẩn

4.2. Phân phối chuẩn tắc

Trở lại với $P(a \leq X \leq b)$

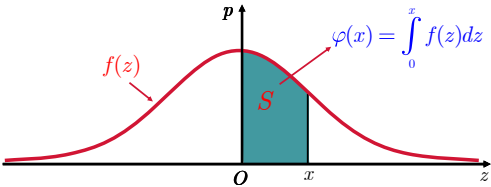
$$\begin{aligned} &= \int_{\frac{a-\mu}{\sigma}}^{\frac{b-\mu}{\sigma}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}} dz = \int_{\frac{a-\mu}{\sigma}}^{\frac{b-\mu}{\sigma}} f(z).dz \\ &= \int_{\frac{a-\mu}{\sigma}}^0 f(z).dz + \int_0^{\frac{b-\mu}{\sigma}} f(z).dz = \int_0^{\frac{b-\mu}{\sigma}} f(z).dz - \int_0^{\frac{a-\mu}{\sigma}} f(z).dz \end{aligned}$$

Bài 4. Phân phối Chuẩn

4.2. Phân phối chuẩn tắc

4.2.2. Hàm Laplace

Tích phân hàm mật độ phân phối chuẩn tắc $\int_0^x f(z)dz$
được gọi là hàm Laplace, kí hiệu $\varphi(x)$



Bài 4. Phân phối Chuẩn

4.2. Phân phối chuẩn tắc

4.2.2. Hàm Laplace

- Tính chất của hàm Laplace
- Hàm $\varphi(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$;
 - $\varphi(-x) = -\varphi(x)$ (hàm $\varphi(x)$ lẻ);
 - $\varphi(-\infty) = -0,5$; $\varphi(+\infty) = 0,5$.

Bài 4. Phân phối Chuẩn

4.2. Phân phối chuẩn tắc

4.2.2. Hàm Laplace

- Cách tính giá trị bằng máy tính Casio 570:
- ES: mode $\rightarrow$ stat(3) $\rightarrow$ AC $\rightarrow$ shift $\rightarrow$ 1 $\rightarrow$ distr(7) $\rightarrow$ Q(2) $\rightarrow$ nhập biến x $\rightarrow$ = (kết quả).
 - MS: mode $\rightarrow$ mode $\rightarrow$ SD(1) $\rightarrow$ shift $\rightarrow$ 3 $\rightarrow$ Q(2) $\rightarrow$ nhập biến x $\rightarrow$ = (kết quả).
- Cách tìm x từ phương trình $\varphi(x) = m \Leftrightarrow x = \varphi^{-1}(m)$,
 φ^{-1} : hàm Laplace ngược $\rightarrow$ bảng tra giá trị hỗ trợ:

GIÁ TRỊ ĐNN PHÂN BỐ CHUẨN TÁC TÍNH BẢNG HÀM NGƯỢC LAPLACE															
PHI	PHI	PHI	PHI	PHI	PHI	PHI	PHI	PHI	PHI	PHI	PHI	PHI	PHI	PHI	PHI
0.499	1.09012	0.449	1.61512	0.399	1.87299	0.349	1.07522	0.299	0.83811	0.249	0.59854	0.199	0.35650	0.149	0.11226
0.498	1.08762	0.448	1.61258	0.398	1.87045	0.348	1.07268	0.298	0.83557	0.248	0.59599	0.198	0.35396	0.148	0.10972
0.497	1.08512	0.447	1.61004	0.397	1.86791	0.347	1.07014	0.297	0.83303	0.247	0.59346	0.197	0.35142	0.147	0.10718
0.496	1.08262	0.446	1.60750	0.396	1.86537	0.346	1.06760	0.296	0.83049	0.246	0.59092	0.196	0.34888	0.146	0.10464
0.495	1.08012	0.445	1.60496	0.395	1.86283	0.345	1.06506	0.295	0.82795	0.245	0.58838	0.195	0.34634	0.145	0.10210
0.494	1.07762	0.444	1.60242	0.394	1.86029	0.344	1.06252	0.294	0.82541	0.244	0.58584	0.194	0.34380	0.144	0.09956
0.493	1.07512	0.443	1.60000	0.393	1.85775	0.343	1.06000	0.293	0.82287	0.243	0.58330	0.193	0.34126	0.143	0.09702
0.492	1.07262	0.442	1.59746	0.392	1.85521	0.342	1.05746	0.292	0.82033	0.242	0.58076	0.192	0.33872	0.142	0.09448
0.491	1.07012	0.441	1.59492	0.391	1.85267	0.341	1.05492	0.291	0.81779	0.241	0.57822	0.191	0.33618	0.141	0.09194
0.490	1.06762	0.440	1.59238	0.390	1.85013	0.340	1.05238	0.290	0.81525	0.240	0.57568	0.190	0.33364	0.140	0.08940
0.489	1.06512	0.439	1.58984	0.389	1.84759	0.339	1.04984	0.289	0.81271	0.239	0.57314	0.189	0.33110	0.139	0.08686
0.488	1.06262	0.438	1.58730	0.388	1.84505	0.338	1.04730	0.288	0.81017	0.238	0.57060	0.188	0.32856	0.138	0.08432
0.487	1.06012	0.437	1.58476	0.387	1.84251	0.337	1.04476	0.287	0.80763	0.237	0.56806	0.187	0.32602	0.137	0.08178
0.486	1.05762	0.436	1.58222	0.386	1.84000	0.336	1.04222	0.286	0.80509	0.236	0.56552	0.186	0.32348	0.136	0.07924
0.485	1.05512	0.435	1.57968	0.385	1.83746	0.335	1.03968	0.285	0.80255	0.235	0.56298	0.185	0.32094	0.135	0.07670
0.484	1.05262	0.434	1.57714	0.384	1.83492	0.334	1.03714	0.284	0.80001	0.234	0.56044	0.184	0.31840	0.134	0.07416
0.483	1.05012	0.433	1.57460	0.383	1.83238	0.333	1.03460	0.283	0.79747	0.233	0.55790	0.183	0.31586	0.133	0.07162
0.482	1.04762	0.432	1.57206	0.382	1.82984	0.332	1.03206	0.282	0.79493	0.232	0.55536	0.182	0.31332	0.132	0.06908
0.481	1.04512	0.431	1.56952	0.381	1.82730	0.331	1.02952	0.281	0.79239	0.231	0.55282	0.181	0.31078	0.131	0.06654
0.480	1.04262	0.430	1.56698	0.380	1.82476	0.330	1.02698	0.280	0.78985	0.230	0.55028	0.180	0.30824	0.130	0.06400
0.479	1.04012	0.429	1.56444	0.379	1.82222	0.329	1.02444	0.279	0.78731	0.229	0.54774	0.179	0.30570	0.129	0.06146
0.478	1.03762	0.428	1.56190	0.378	1.81968	0.328	1.02190	0.278	0.78477	0.228	0.54520	0.178	0.30316	0.128	0.05892
0.477	1.03512	0.427	1.55936	0.377	1.81714	0.327	1.01936	0.277	0.78223	0.227	0.54266	0.177	0.30062	0.127	0.05638
0.476	1.03262	0.426	1.55682	0.376	1.81460	0.326	1.01682	0.276	0.77969	0.226	0.54012	0.176	0.29808	0.126	0.05384
0.475	1.03012	0.425	1.55428	0.375	1.81206	0.325	1.01428	0.275	0.77715	0.225	0.53758	0.175	0.29554	0.125	0.05130
0.474	1.02762	0.424	1.55174	0.374	1.80952	0.324	1.01174	0.274	0.77461	0.224	0.53504	0.174	0.29300	0.124	0.04876
0.473	1.02512	0.423	1.54920	0.373	1.80698	0.323	1.00920	0.273	0.77207	0.223	0.53250	0.173	0.29046	0.123	0.04622
0.472	1.02262	0.422	1.54666	0.372	1.80444	0.322	1.00666	0.272	0.76953	0.222	0.53000	0.172	0.28792	0.122	0.04368
0.471	1.02012	0.421	1.54412	0.371	1.80190	0.321	1.00412	0.271	0.76699	0.221	0.52750	0.171	0.28538	0.121	0.04114
0.470	1.01762	0.420	1.54158	0.370	1.79936	0.320	1.00158	0.270	0.76445	0.220	0.52500	0.170	0.28284	0.120	0.03860
0.469	1.01512	0.419	1.53904	0.369	1.79682	0.319	0.99904	0.269	0.76191	0.219	0.52250	0.169	0.28030	0.119	0.03606
0.468	1.01262	0.418	1.53650	0.368	1.79428	0.318	0.99650	0.268	0.75937	0.218	0.52000	0.168	0.27776	0.118	0.03352
0.467	1.01012	0.417	1.53396	0.367	1.79174	0.317	0.99396	0.267	0.75683	0.217	0.51750	0.167	0.27522	0.117	0.03098
0.466	1.00762	0.416	1.53142	0.366	1.78920	0.316	0.99142	0.266	0.75429	0.216	0.51500	0.166	0.27268	0.116	0.02844
0.465	1.00512	0.415	1.52888	0.365	1.78666	0.315	0.98888	0.265	0.75175	0.215	0.51250	0.165	0.27014	0.115	0.02590
0.464	1.00262	0.414	1.52634	0.364	1.78412	0.314	0.98634	0.264	0.74921	0.214	0.51000	0.164	0.26760	0.114	0.02336
0.463	1.00012	0.413	1.52380	0.363	1.78158	0.313	0.98380	0.263	0.74667	0.213	0.50750	0.163	0.26506	0.113	0.02082
0.462	0.99762	0.412	1.52126	0.362	1.77904	0.312	0.98126	0.262	0.74413	0.212	0.50500	0.162	0.26252	0.112	0.01828
0.461	0.99512	0.411	1.51872	0.361	1.77650	0.311	0.97872	0.261	0.74159	0.211	0.50250	0.161	0.26000	0.111	0.01574
0.460	0.99262	0.410	1.51618	0.360	1.77396	0.310	0.97618	0.260	0.73905	0.210	0.50000	0.160	0.25750	0.110	0.01320
0.459	0.99012	0.409	1.51364	0.359	1.77142	0.309	0.97364	0.259	0.73651	0.209	0.49750	0.159	0.25500	0.109	0.01066
0.458	0.98762	0.408	1.51110	0.358	1.76888	0.308	0.97110	0.258	0.73397	0.208	0.49500	0.158	0.25250	0.108	0.00812
0.457	0.98512	0.407	1.50856	0.357	1.76634	0.307	0.96856	0.257	0.73143	0.207	0.49250	0.157	0.25000	0.107	0.00558
0.456	0.98262	0.406	1.50602	0.356	1.76380	0.306	0.96602	0.256	0.72889	0.206	0.49000	0.156	0.24750	0.106	0.00304
0.455	0.98012	0.405	1.50348	0.355	1.76126	0.305	0.96348	0.255	0.72635	0.205	0.48750	0.155	0.24500	0.105	0.00050
0.454	0.97762	0.404	1.50094	0.354	1.75872	0.304	0.96094	0.254	0.72381	0.204	0.48500	0.154	0.24250	0.104	-0.00204
0.453	0.97512	0.403	1.49840	0.353	1.75618	0.303	0.95840	0.253	0.72127	0.203	0.48250	0.153	0.24000	0.103	-0.00450
0.452	0.97262	0.402	1.49586	0.352	1.75364	0.302	0.95586	0.252	0.71873	0.202	0.48000	0.152	0.23750	0.102	-0.00696
0.451	0.97012	0.401	1.49332	0.351	1.75110	0.301	0.95332	0.251	0.71619	0.201	0.47750	0.151	0.23500	0.101	-0.00942
0.450	0.96762	0.400	1.49078	0.350	1.74856	0.300	0.95078	0.250	0.71365	0.200	0.47500	0.150	0.23250	0.100	-0.01188

GIÁ TRỊ BSN PHÂN BỐ CHUẨN TÁC TÍNH BẢNG HÀM NGƯỢC LAPLACE (G)

POS	z	POS	z	POS	z	POS	z
0.249	0.6713	0.199	0.5713	0.149	0.3926	0.099	0.2489
0.248	0.6691	0.198	0.5691	0.148	0.3904	0.098	0.2467
0.247	0.6669	0.197	0.5669	0.147	0.3882	0.097	0.2445
0.246	0.6647	0.196	0.5647	0.146	0.3860	0.096	0.2423
0.245	0.6625	0.195	0.5625	0.145	0.3838	0.095	0.2401
0.244	0.6603	0.194	0.5603	0.144	0.3816	0.094	0.2379
0.243	0.6581	0.193	0.5581	0.143	0.3794	0.093	0.2357
0.242	0.6559	0.192	0.5559	0.142	0.3772	0.092	0.2335
0.241	0.6537	0.191	0.5537	0.141	0.3750	0.091	0.2313
0.240	0.6515	0.190	0.5515	0.140	0.3728	0.090	0.2291
0.239	0.6493	0.189	0.5493	0.139	0.3706	0.089	0.2269
0.238	0.6471	0.188	0.5471	0.138	0.3684	0.088	0.2247
0.237	0.6449	0.187	0.5449	0.137	0.3662	0.087	0.2225
0.236	0.6427	0.186	0.5427	0.136	0.3640	0.086	0.2203
0.235	0.6405	0.185	0.5405	0.135	0.3618	0.085	0.2181
0.234	0.6383	0.184	0.5383	0.134	0.3596	0.084	0.2159
0.233	0.6361	0.183	0.5361	0.133	0.3574	0.083	0.2137
0.232	0.6339	0.182	0.5339	0.132	0.3552	0.082	0.2115
0.231	0.6317	0.181	0.5317	0.131	0.3530	0.081	0.2093
0.230	0.6295	0.180	0.5295	0.130	0.3508	0.080	0.2071
0.229	0.6273	0.179	0.5273	0.129	0.3486	0.079	0.2049
0.228	0.6251	0.178	0.5251	0.128	0.3464	0.078	0.2027
0.227	0.6229	0.177	0.5229	0.127	0.3442	0.077	0.2005
0.226	0.6207	0.176	0.5207	0.126	0.3420	0.076	0.1983
0.225	0.6185	0.175	0.5185	0.125	0.3398	0.075	0.1961
0.224	0.6163	0.174	0.5163	0.124	0.3376	0.074	0.1939
0.223	0.6141	0.173	0.5141	0.123	0.3354	0.073	0.1917
0.222	0.6119	0.172	0.5119	0.122	0.3332	0.072	0.1895
0.221	0.6097	0.171	0.5097	0.121	0.3310	0.071	0.1873
0.220	0.6075	0.170	0.5075	0.120	0.3288	0.070	0.1851
0.219	0.6053	0.169	0.5053	0.119	0.3266	0.069	0.1829
0.218	0.6031	0.168	0.5031	0.118	0.3244	0.068	0.1807
0.217	0.6009	0.167	0.5009	0.117	0.3222	0.067	0.1785
0.216	0.5987	0.166	0.4987	0.116	0.3200	0.066	0.1763
0.215	0.5965	0.165	0.4965	0.115	0.3178	0.065	0.1741
0.214	0.5943	0.164	0.4943	0.114	0.3156	0.064	0.1719
0.213	0.5921	0.163	0.4921	0.113	0.3134	0.063	0.1697
0.212	0.5899	0.162	0.4899	0.112	0.3112	0.062	0.1675
0.211	0.5877	0.161	0.4877	0.111	0.3090	0.061	0.1653
0.210	0.5855	0.160	0.4855	0.110	0.3068	0.060	0.1631
0.209	0.5833	0.159	0.4833	0.109	0.3046	0.059	0.1609
0.208	0.5811	0.158	0.4811	0.108	0.3024	0.058	0.1587
0.207	0.5789	0.157	0.4789	0.107	0.3002	0.057	0.1565
0.206	0.5767	0.156	0.4767	0.106	0.2980	0.056	0.1543
0.205	0.5745	0.155	0.4745	0.105	0.2958	0.055	0.1521
0.204	0.5723	0.154	0.4723	0.104	0.2936	0.054	0.1499
0.203	0.5701	0.153	0.4701	0.103	0.2914	0.053	0.1477
0.202	0.5679	0.152	0.4679	0.102	0.2892	0.052	0.1455
0.201	0.5657	0.151	0.4657	0.101	0.2870	0.051	0.1433
0.200	0.5635	0.150	0.4635	0.100	0.2848	0.050	0.1411

BẢNG GIÁ TRỊ CỦA HÀM LAPLACE $\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-t^2/2} dt, x \in \mathbb{R}$

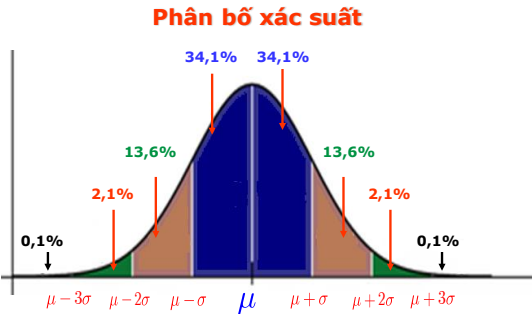
x	0	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0949	0.0989	0.1028	0.1068	0.1107	0.1146
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1914	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2423	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3313	0.3338	0.3361	0.3385
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4346	0.4357	0.4370	0.4381	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857
2.2	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890
2.3	0.4893	0.4896	0.4899	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916
2.4	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936
2.5	0.4938	0.4939	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952
2.6	0.4953	0.4953	0.4955	0.4957	0.4959	0.4960	0.4961	0.4962	0.4963	0.4964
2.7	0.4965	0.4966	0.4967	0.4968	0.4969	0.4970	0.4971	0.4972	0.4973	0.4974
2.8	0.4974	0.4975	0.4976	0.4977	0.4977	0.4978	0.4979	0.4979	0.4980	0.4981
2.9	0.4981	0.4982	0.4983	0.4983	0.4984	0.4984	0.4985	0.4985	0.4986	0.4986
3.0	0.4987	0.4987	0.4987	0.4988	0.4988	0.4989	0.4989	0.4989	0.4990	0.4990
3.1	0.4990	0.4991	0.4991	0.4991	0.4992	0.4992	0.4992	0.4992	0.4993	0.4993
3.2	0.4993	0.4993	0.4994	0.4994	0.4994	0.4994	0.4994	0.4995	0.4995	0.4995
3.3	0.4995	0.4995	0.4995	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4997
3.4	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4998
3.5	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998
3.6	0.4998	0.4998	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999
3.7	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999
3.8	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999
3.9	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000

Bài 4. Phân phối Chuẩn

- Nếu $X \sim N(\mu; \sigma^2)$ thì $Z = \frac{X - \mu}{\sigma} \sim N(0; 1)$.

Vậy, công thức tính xác suất của phân phối chuẩn là

$$P(a \leq X \leq b) = \varphi\left(\frac{b - \mu}{\sigma}\right) - \varphi\left(\frac{a - \mu}{\sigma}\right)$$



Phân phối chuẩn do **Carl F. Gauss** đưa ra năm 1795.



Carl Friedrich Gauss
(1777 - 1855)

Bài 4. Phân phối Chuẩn

VD 1. Thời gian X (tháng) đạt chuẩn chiều cao của loại cây giống A tại một vườn ươm là biến ngẫu nhiên có phân phối $N(8; 3)$. Tỷ lệ (xác suất) đạt chuẩn chiều cao của loại cây giống A tại vườn ươm này trong khoảng từ 6 tháng đến 8,2 tháng là:

- A. 27,65% B. 31,15% C. 42,27% D. 45,78%.

Bài 4. Phân phối Chuẩn

VD 2. Một kỳ thi đầu vào ở trường chuyên A quy định điểm đỗ là tổng số điểm các môn thi không được thấp hơn 15 điểm. Giả sử tổng điểm các môn thi của học sinh là biến ngẫu nhiên có phân phối chuẩn với trung bình 12 điểm. Biết rằng tỉ lệ học sinh thi đỗ là 25,14%. Độ lệch chuẩn là:
A. 4 điểm; B. 4,5 điểm; C. 5 điểm; D. 5,5 điểm.

Bài 4. Phân phối Chuẩn

VD 3. Tốc độ chuyển dữ liệu từ máy chủ của ký túc xá đến máy tính của sinh viên vào buổi sáng chủ nhật có phân phối chuẩn với trung bình 60Kbits/s và độ lệch chuẩn 4Kbits/s. Xác suất để tốc độ chuyển dữ liệu lớn hơn 63Kbits/s là:
A. 0,2266; B. 0,2144; C. 0,1313; D. 0,1060.

VD 4. Cho BNN X có phân phối chuẩn với $EX = 10$ và $P(10 < X < 20) = 0,3$. Tính $P(0 < X \leq 15)$?

Bài 4. Phân phối Chuẩn

VD 5. Thời gian khách phải chờ để được phục vụ tại một cửa hàng là BNN X (phút), $X \in N(4,5; 1,21)$.
1) Tính xác suất khách phải chờ từ 3,5 phút đến 5 phút ?
2) Tính thời gian tối thiểu t nếu xác suất khách phải chờ vượt quá t là không quá 5% ?

Bài 5. Các loại xấp xỉ phân phối xác suất

5.1. Xấp xỉ phân phối Siêu bội bởi Nhị thức

Xét BNN X có phân phối Siêu bội $H(N; N_A; n)$.
Nếu N khá lớn và n rất nhỏ so với N thì

$$X \sim B(n; p), \quad p = \frac{N_A}{N}$$

VD 1. Trong kho, người ta đã để lẫn 500 sản phẩm loại B với 1500 sản phẩm loại A . Chọn ngẫu nhiên 40 sản phẩm từ kho này. Tính xác suất chọn được 30 sản phẩm loại A ?

Bài 5. Các loại xấp xỉ phân phối xác suất

VD 2. Một vườn lan có 10.000 cây sắp nở hoa, trong đó có 1.000 cây hoa màu đỏ.

- 1) Tính xác suất để khi chọn ngẫu nhiên 50 cây lan thì được 10 cây có hoa màu đỏ.
- 2) Có thể tính xác suất để khi chọn ngẫu nhiên 300 cây lan thì có 45 cây hoa màu đỏ được không ?

Bài 5. Các loại xấp xỉ phân phối xác suất

5.2. Xấp xỉ phân phối Nhị thức bởi Poisson

Xét biến ngẫu nhiên X có phân phối Nhị thức $B(n; p)$.
Nếu n đủ lớn và p gần bằng 0 (hoặc gần bằng 1) thì

$$X \sim P(\lambda), \quad \lambda = np$$

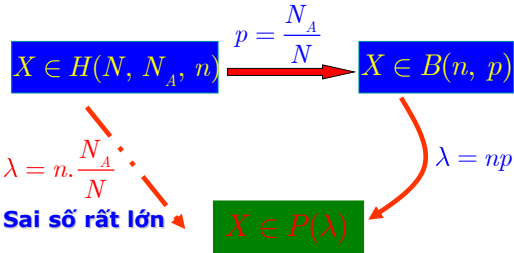
VD 3. Một lô hàng thịt đông lạnh đóng gói nhập khẩu có chứa 3% bị nhiễm khuẩn. Tìm xác suất để khi chọn ngẫu nhiên 2.000 gói thịt từ lô hàng này có từ 40 đến 42 gói bị nhiễm khuẩn ?

Bài 5. Các loại xấp xỉ phân phối xác suất

VD 4. Một vườn lan có 10.000 cây sắp nở hoa, trong đó có 1.000 cây hoa màu đỏ. Tính xác suất để khi chọn ngẫu nhiên 300 cây lan thì có 45 cây hoa màu đỏ ?

Bài 5. Các loại xấp xỉ phân phối xác suất

Tóm tắt các loại xấp xỉ rời rạc



Bài 5. Các loại xấp xỉ phân phối xác suất

5.3. Xấp xỉ phân phối Nhị thức bởi phân phối Chuẩn

Xét biến ngẫu nhiên $X \in B(n; p)$.

Nếu n đủ lớn, p không quá gần 0 và 1 thì

$X \sim N(\mu; \sigma^2)$ với $\mu = np, \sigma^2 = npq$.

Khi đó
$$P(X = k) \approx \frac{1}{\sigma} \cdot f\left(\frac{k - \mu}{\sigma}\right)$$

$$P(k_1 \leq X \leq k_2) \approx \varphi\left(\frac{k_2 - \mu}{\sigma}\right) - \varphi\left(\frac{k_1 - \mu}{\sigma}\right)$$

Bài 5. Các loại xấp xỉ phân phối xác suất

VD 5. Trong một đợt thi tuyển công chức ở một thành phố có 1.000 người dự thi với tỉ lệ thi đạt là 80%.

Tính xác suất để:

- 1) có 172 người không đạt;
- 2) có khoảng 170 đến 180 người không đạt.

Bài 5. Các loại xấp xỉ phân phối xác suất

VD 6. Một kho chứa 10.000 sản phẩm trong đó có 2.000 sản phẩm không được kiểm tra chất lượng. Chọn ngẫu nhiên từ kho ra 400 sản phẩm. Tính xác suất để trong 400 sản phẩm đó:

- 1) có 80 sản phẩm không được kiểm tra;
- 2) có từ 70 đến 100 sản phẩm không được kiểm tra.

Bài 5. Các loại xấp xỉ phân phối xác suất

VD 7. Người ta đã phát ra 480 giấy mời dự hội nghị khách hàng. Biết rằng sức chứa của khán phòng là 400 khách và thường chỉ có 80% khách hàng đến dự. Tính xác suất để tất cả khách hàng đến dự đều có chỗ ngồi ?

Bài 5. Các loại xấp xỉ phân phối xác suất

VD 8. Một khách sạn nhận đặt chỗ của 325 khách hàng cho 300 phòng vào ngày 1/1 vì theo kinh nghiệm của những năm trước cho thấy có 10% khách đặt chỗ nhưng không đến. Biết mỗi khách đặt 1 phòng, tính xác suất:

- 1) có 300 khách đến vào ngày 1/1 và nhận phòng;
- 2) tất cả khách đến vào ngày 1/1 đều nhận được phòng.

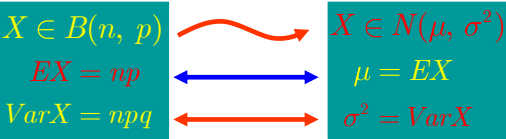
Bài 5. Các loại xấp xỉ phân phối xác suất

VD 9. Một cửa hàng bán cá giống có 20.000 con cá loại da trơn trong đó để lần 4.000 con cá tra. Một khách hàng chọn ngẫu nhiên 1.000 con từ 20.000 con cá da trơn đó. Tính xác suất khách hàng chọn được từ 182 đến 230 con cá tra ?

- A. 0,8143; B. 0,9133; C. 0,9424; D. 0,9765.

Bài 5. Các loại xấp xỉ phân phối xác suất

Tóm tắt xấp xỉ Chuẩn cho Nhị thức



.....
